

INSTITUTO DE CIBERNÉTICA MATEMÁTICA Y FÍSICA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA



STRANGELETS MAGNETIZADOS A TEMPERATURA  
FINITA

*presentada en opción al grado de*  
**Máster en Ciencias Físicas**

**Autor:** Lic. Ernesto López Fune.

**Tutor:** Dra. Aurora Pérez Martínez.

Ciudad de la Habana. Cuba.

2011

*...dedicada a papi, Jessy y Jenny*

## ***Agradecimientos:***

*Esta tesis es el resultado de numerosos esfuerzos realizados durante estos dos intensos años de graduado de la Facultad de Física. Quiero agradecerle primeramente a mi tutora Aurorita, por la dedicación, paciencia; por insertar ideas nuevas, frescas y temas interesantes a investigar... por ser una excelente investigadora y amiga.*

*Quiero agradecerle mucho a mi familia y amistades más queridas; al equipo del ICIMAF: Hugo, Cabo, Elizabeth, Zochil, Augusto, Alain Ulacia y Alexander, por acogerme en su grupo y pasar estos dos cálidos años; a mis compañeros de aula, tanto a los que quedan como a los que estan por algún motivo u otro en el extranjero; a nuestro equipo de investigación: Richard, Daryl. A todos muchas gracias.*

## Resumen

En la presente tesis se estudiarán tres propiedades fundamentales de los conglomerados de materia formada por quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  llamados strangelets: la energía por barión, el radio y la carga eléctrica; todo en presencia de campos magnéticos intensos y temperatura finita. Dos casos nos ocupará la atención: strangelets en la fase desapareada, donde no existe restricción del número de sabores de quarks, y un caso particular de la fase superconductora de color, donde si existe dicha restricción y una energía de gap adicional. Estudiaremos la estabilidad de los strangelets, medida por la energía por barión, para comparar con la del  $^{56}\text{Fe}$  : el isótopo más estable que existe en la Naturaleza. Empleamos el formalismo de Gota Líquida del Modelo de Bag del MIT para describir la interacción entre los quarks. Llegamos a la conclusión de que los efectos del campo tienden a disminuir la energía por barión de los strangelets y la temperatura produce el efecto contrario. Se muestra además que los strangelets en la fase superconductora de color son más estables que aquellos en la fase desapareada, para una energía de gap del orden de 100 MeV. El radio de los strangelets muestra un comportamiento análogo al de los núcleos, con respecto al número bariónico y presenta poca variación tanto con el campo como con la temperatura. Se obtiene que la presencia de campos magnéticos modifican los valores de la carga eléctrica con respecto al caso no magnetizado, siendo estas mayores (menores) para los strangelets en la fase desapareada (superconductora).

## Abstract

In this thesis is studied three fundamental properties of clusters of matter made of quarks  $u$ ,  $d$  and  $s$  called strangelets: the energy per baryon, the radius and the electric charge, all in the presence of intense magnetic fields and finite temperature. Two cases will take our attention: unpaired phase strangelets, where there is no restriction to the number of flavors of quarks, and a particular case of the color superconducting phase, where exists a restriction to the quark numbers and an additional energy gap. We study the stability of strangelets, measured by the energy per baryon, to compare later with that of the  $^{56}\text{Fe}$  : the most stable isotope known in nature. We employ the Liquid Drop formalism of the Bag Model MIT to describe the interaction between quarks. We conclude that the field effects tend to decrease the energy per baryon of strangelets and temperature produces the opposite effect. It is also shown that strangelets in the color superconducting phase are more stable than those in the unpaired phase for an energy gap of about 100 MeV. The radius of strangelets shows an analogous behavior with the baryon number, as that of the nuclei, and shows small variations with the magnetic field and temperature. It is obtained that the presence of magnetic fields modify the values of the electric charge regarding the non-magnetized case, being these higher (lower) for strangelets in the unpaired phase (superconducting).

# Índice general

0.1. Introducción general . . . . .	1
<b>1. La materia de quarks extraña</b>	<b>6</b>
1.1. Cromodinámica Cuántica y modelos fenomenológicos . . . . .	6
1.1.1. Modelo de Bag del MIT . . . . .	9
1.2. La hipótesis de Bodmer-Witten-Terazawa . . . . .	10
1.2.1. Estabilidad de la materia de quarks normal en equilibrio estelar . . . . .	14
1.2.2. Estabilidad de la materia de quarks extraña en equilibrio estelar . . . . .	15
1.3. Diagrama de fases de la Cromodinámica Cuántica y Superconductividad de Color	16
<b>2. Strangelets y sus propiedades</b>	<b>19</b>
2.1. Strangelets . . . . .	19
2.2. Modelo de capas . . . . .	21
2.3. Modelo de la gota líquida . . . . .	22
2.3.1. Gran potencial termodinámico . . . . .	23
2.3.2. Carga eléctrica e interacción coulombiana . . . . .	26
2.3.3. Energía libre y condición de equilibrio hidrostático . . . . .	28
2.4. Estabilidad de los strangelets . . . . .	28
2.5. Escenarios de producción de strangelets y experimentos para detectarlos . . . . .	30
<b>3. Materia de quarks y campos magnéticos</b>	<b>31</b>
3.1. Espectro de los quarks en presencia de un campo magnético . . . . .	31
3.2. Anisotropía de las presiones . . . . .	32
3.3. Términos superficiales en presencia de un campo magnético externo . . . . .	34
<b>4. Strangelets magnetizados a temperatura finita</b>	<b>37</b>
4.1. Strangelets de Materia de Quarks Extraña Magnetizada . . . . .	37
4.2. Strangelets de Materia de Quarks Extraña Magnetizada en la fase superconduc- tora de color CFL . . . . .	45
4.2.1. Superconductor de color en presencia de campos magnéticos . . . . .	45
<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>53</b>

## 0.1. Introducción general

Uno de los principales logros alcanzados por la Física Teórica del siglo pasado, lo constituye la formulación del Modelo Estándar de la Física de Partículas Elementales; entre cuyos aportes figura la idea de que la materia “visible” de nuestro Universo está formada por fermiones. Estos interactúan a través de los llamados *bosones de calibración*: el *fotón* (interacción electromagnética), los *bosones*  $W^\pm$  y  $Z^0$  (interacción débil), y 8 tipos de *gluones* (interacción fuerte) <sup>1</sup>. Dentro del grupo de los fermiones se encuentran los quarks y los leptones (y sus respectivas antipartículas), los cuales, según el Modelo Estándar, se agrupan en tres generaciones, como se muestra en el siguiente cuadro:

Generación	Leptones		Quarks	
	Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
1 <sup>ra</sup>	Neutrino electrónico	$\nu_{e^-}$	Up	$u$
	Electrón	$e^-$	Down	$d$
2 <sup>da</sup>	Neutrino muónico	$\nu_\mu$	Charm	$c$
	Muón	$\mu$	Strange	$s$
3 <sup>ra</sup>	Neutrino tauónico	$\nu_\tau$	Top	$t$
	Tauón	$\tau$	Bottom	$b$

Cuadro 1: Leptones y quarks: ladrillos elementales del Modelo Estándar.

Los quarks y antiquarks, mediante las tres interacciones fundamentales del Modelo Estándar, pueden formar estados de dos y tres partículas llamados *hadrones*. Estos últimos se dividen en dos subfamilias: los *bariones* (combinaciones de tres quarks) y los *mesones* (combinaciones de un quark y un antiquark). Entre los hadrones más conocidos se encuentran: los *protones* y *neutrones*, que como sabemos, componen el núcleo atómico; véanse las Figs.(1) y (1-a).

---

<sup>1</sup>El Modelo Estándar no constituye una teoría completa de las interacciones fundamentales debido a que no incluye la gravedad (la cuarta interacción), cuyo bosón de calibración es el *gravitón*  $g$ . Además contiene un número elevado de parámetros numéricos, entre ellos, masas y constantes, que se deben poner “a mano” en la teoría, en vez de derivarse a partir de primeros principios.

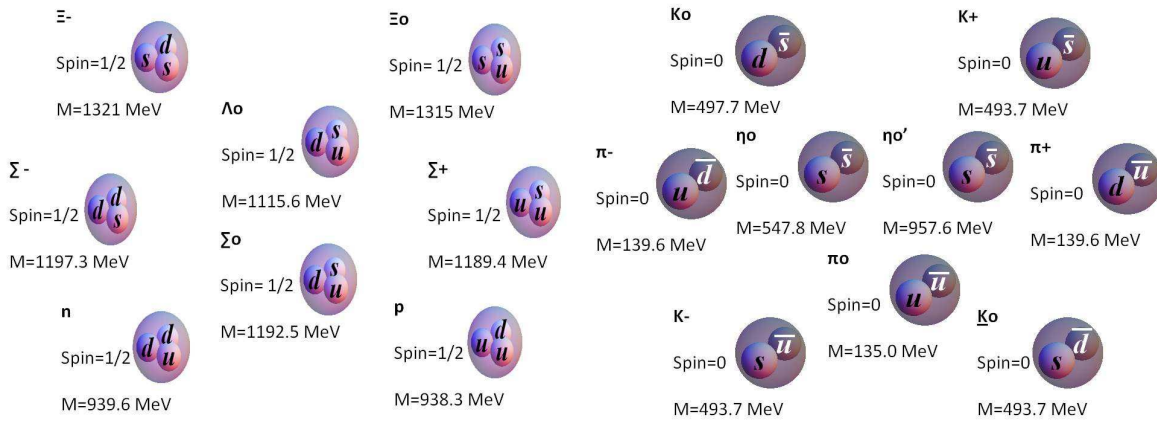


Figura 1: **Construcción de bariones y mesones mediante combinaciones de quarks:** Se ilustra en el lado izquierdo de la figura, el octeto formado por los bariones de spin 1/2, dentro de los cuales se encuentran el nucleón (neutrón y protón) y los hiperones,  $\Xi^\pm$ ,  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^\pm$ ,  $\Sigma^0$ , que son partículas más pesadas e inestables. El lado derecho de la figura muestra la composición por quarks del noneto de mesones de spin 0. Entre ellos resalta el triplete de piones ( $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^+$ ), conocidos de la Física Nuclear.

La interacción que surge entre los quarks para formar hadrones, se realiza a través del intercambio de gluones; a este estudio se dedica la Cromodinámica Cuántica (CDC), la cual constituye una teoría cuántica de campos, cuyo grupo de calibración<sup>2</sup> es no-abeliano [1]. Esto hace que la CDC posea características peculiares, muy diferentes a las de la Electrodinámica Cuántica (EDC). En particular, la CDC tiene dos propiedades de gran importancia: *la libertad asintótica* y *el confinamiento de color*. La libertad asintótica es la propiedad por la cual, la interacción entre los quarks desaparece en el límite de momentum infinito. Dicho de otro modo, para energías muy altas, los quarks se comportan como partículas cuasi-libres; por tanto, la interacción entre estos puede analizarse utilizando modelos perturbativos de la CDC. La descripción teórica de la libertad asintótica fue desarrollada por los científicos David Gross, Frank Wilczek [2] y David Politzer [3], quienes recibieron por dicho trabajo, el Premio Nobel de Física en el año 2004. En los años '60, la libertad asintótica fue comprobada experimentalmente en el Acelerador Lineal de Stanford (SLAC), para energías en el rango  $1\text{GeV} \sim 1\text{TeV}$  [4].

Por el contrario, para energías intermedias o bajas ( $\lesssim 1\text{GeV}$ ), las ecuaciones de la CDC, en su forma natural, son no-lineales debido al carácter no-abeliano del grupo de calibración.

<sup>2</sup>Las ecuaciones de la CDC, son invariantes ante transformaciones del grupo  $SU(3)$ .

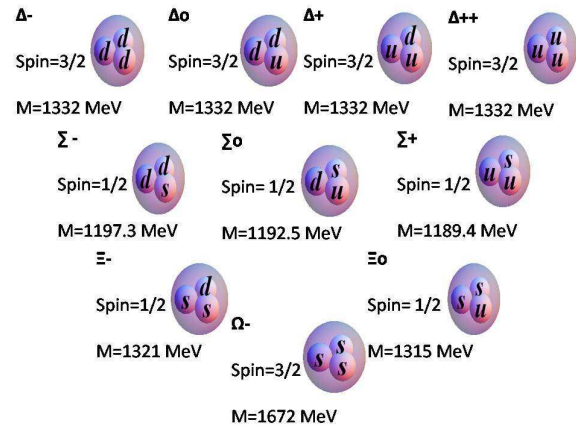


Figura 1-a: Hiperones de spin 3/2 y spin 1/2.

Este es el régimen donde juega un papel fundamental la segunda propiedad característica de la CDC: el confinamiento de color; la energía de interacción entre los quarks aumenta con la separación entre estos. Estas dos propiedades muy particulares de la CDC, hacen posible concebir, al menos teóricamente, el hecho de que a muy altas densidades y/o temperaturas, los quarks y gluones puedan encontrarse no confinados o cuasi-libres, debido a que la intensidad de la interacción fuerte disminuye con el aumento de la energía.

El confinamiento de color es el responsable de no poderse observar a los quarks libres en la Naturaleza, sino formando hadrones; sin embargo, cálculos numéricos no-perturbativos de la CDC, predicen la existencia de una temperatura crítica  $T_c \simeq 150 \sim 180 \text{ MeV}$ , por encima de la cual, estos pierden su individualidad, produciendo un Plasma de Quarks y Gluones (PQG) no confinados. Evidencias observacionales de dicho plasma tampoco existen, pero actualmente se están desarrollando experimentos para producir semejante estado. Entre los experimentos más importantes se encuentran, los del Gran Colisionador de Hadrones (Large Hadron Collider: LHC) en el CERN y el Colisionador de Iones Pesados Relativistas (Relativistic Heavy Ion Collider: RHIC) [5] en Brookhaven, New Jersey; en los cuales se alcanzarían temperaturas muy altas, produciéndose una especie de “versión moderna” del Universo temprano.

Mientras estos experimentos se materializan, los astrónomos por otro lado continúan buscando información de origen astrofísico y cosmológico, que prueben la existencia del PQG libre en la Naturaleza. En ambientes astrofísicos, por ejemplo: en el interior de Estrellas de Neutrones (ENs), la materia se encuentra tan comprimida, que llegan a alcanzarse densidades superiores a la densidad nuclear normal  $n_b = 3,93 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ . Estos objetos por tanto, constituyen laboratorios estelares por excelencia [6].

Debido a la elevada densidad, en los núcleos de las ENs pudiera producirse una transición de fases del fluido de neutrones, u otros hadrones, hacia un gas de quarks y gluones no confinados, como plantea la CDC; de esta manera se explicarían algunas de las observaciones de explosiones anómalas de *rayos X*, altas velocidades de rotación y bajas temperaturas, realizadas en púlsares y ENs, que no coinciden con las predicciones hechas por los modelos canónicos. Tendría lugar entonces, en las regiones vecinas al núcleo de la estrella, una conversión de la materia hadrónica, en particular, los neutrones y protones, en Materia de Quarks Extraña (MQE): materia formada por quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  en equilibrio termodinámico junto a los gluones. Esta transición de fases fue conjeturada por primera vez en 1971 por A. R. Bodmer [7]; y de ser cierta, podríamos esperar entonces el descubrimiento de objetos aún más exóticos que las ENs: las estrellas formadas por quarks (EQs). Dicha conjetura también asegura que la MQE a elevada densidad, cero temperatura y presión, constituye el estado de la materia más estable que existe en la Naturaleza; incluso más estable que el isótopo de hierro  $^{56}\text{Fe}$ .

Estudios teóricos de la CDC, apoyan la idea de que a muy altas densidades y bajas temperaturas, la MQE transite hacia una nueva fase de menor energía: el estado de *superconductividad de color*. Dicho estado posee propiedades análogas a la superconductividad ordinaria, ya que se forman “pares de Cooper” debido a la interacción de color entre los quarks, con la aparición de la energía de gap correspondiente. Se destaca dentro de la superconductividad de color, la fase Color-Flavor-Locked (CFL) [8, 9], donde las cargas de color y sabor de los quarks se encuentran

correlacionadas formando un patrón simétrico.

De ser cierta la conjetura de Bodmer, se podría esperar que los núcleos atómicos, formados por protones y neutrones, constituyan estados metaestables y de relativamente largo tiempo de vida, de ciertos fragmentos de la MQE llamados *strangelets* [10]. Estos “pedazos de materia extraña”, por así llamarlos, compuestos por quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  en equilibrio mediante mecanismos de la interacción débil, fueron estudiados por primera vez en [10], como estados acotados de la MQE con número bariónico  $A \leq 10^7$ . El descubrimiento de los mismos, puede ser la prueba decisiva de que existan la MQE y/o el PQG libres en la Naturaleza. Entre las posibles fuentes de producción de strangelets se encuentran: la colisión de objetos compactos, explosiones Supernovas, colisionadores de iones pesados relativistas como el LHC y el RHIC [11], o incluso provenientes de los rayos cósmicos emitidos durante la formación de las EQs [12, 13].

No quedan dudas de la importancia del campo magnético y la temperatura, en la estabilidad de la MQE, tanto en el contexto astrofísico, que es el “hábitat” de la misma [14, 15, 16, 17, 18], como en el ambiente de los aceleradores de partículas relativistas. Mediciones indirectas, muestran la existencia de campos magnéticos muy intensos, del orden de  $10^{13} - 10^{15}$  G, que incluso pueden ser superiores  $\simeq 10^{19}$  G en los núcleos de objetos compactos, como son los púlsares, magnetares, estrellas de neutrones, y fuentes emisoras de *rayos X* [19, 20]. En dicho contexto, los efectos de la temperatura son prescindibles comparados a los del campo magnético y las altas densidades; sin embargo, la temperatura juega un rol importante en ambientes de bajas densidades como los colisionadores de iones pesados, al igual que los campos magnéticos intensos.

Por ser los strangelets objetos de gran interés tanto para la comunidad astrofísica como para los experimentos en aceleradores de partículas, a su estudio en presencia de campos magnéticos intensos y tomando los efectos de la temperatura, nos dedicaremos en esta tesis. Para describir la interacción entre los quarks, se empleará un modelo fenomenológico de la CDC: el Modelo de Bag del MIT<sup>3</sup>, en particular, el formalismo de la Gota Líquida desarrollado en las Refs.[10, 21] y utilizado satisfactoriamente en las Refs. [21, 22, 23, 24] para estudiar a los strangelets a campo magnético nulo. Con la inclusión del campo y la temperatura, los resultados obtenidos pueden ser aplicados tanto en el contexto astrofísico como en los colisionadores de iones pesados. Se tendrán en cuenta además, los efectos del campo magnético y la temperatura en las propiedades superficiales del gas de quarks y gluones, con el objetivo de estudiar el tamaño de los strangelets, la carga eléctrica y la estabilidad de los mismos, medida por la energía por barión. Antecedentes a este estudio los trabajos [10, 21, 22, 23, 24, 25, 26], donde se estudiaron las propiedades básicas de los strangelets a temperatura finita y campo magnético nulo. En dichos trabajos se tuvo en cuenta el equilibrio hidrostático de los strangelets, para así obtener configuraciones estables o metaestables, dependiendo de un conjunto de parámetros característicos y en particular, de las fases de la MQE que los componen. En este trabajo, se analizarán por separado a los strangelets formado por la MQE en la fase desapareada y en la fase CFL [23, 26], ambas en presencia de campos magnéticos intensos.

---

<sup>3</sup>Massachusetts Institute of Technology.

La tesis viene organizada de la siguiente manera. El primer capítulo es introductorio y está dedicado discutir algunas de las propiedades relevantes de la CDC y los modelos fenomenológicos más comunes empleados en la descripción de la interacción fuerte; que luego serán aplicados a nuestro estudio. Se describirá el modelo de Bag del MIT, para luego abundar en el formalismo de la Gota Líquida; el cual resulta ser más sencillo para incorporar los efectos del campo magnético y la temperatura, así como la obtención de configuraciones de equilibrio en las que se pueden encontrar los strangelets, extremando la energía libre respecto al volumen. Se hará una breve discusión sobre la estabilidad de la MQE y en las posibles fases en las que esta se puede encontrar.

El segundo capítulo, está reservado a discutir las propiedades principales de los strangelets y los modelos más comunes que se emplean para estudiarlos; en particular, nos centraremos en el formalismo de Gota Líquida del Modelo de Bag del MIT, el cual guiará nuestro estudio. Se discutirán aquellas expresiones termodinámicas que nos serán útiles para estudiar la energía por barión, el radio y el apantallamiento de Debye de la carga eléctrica dentro de los strangelets; así como la contribución de la energía de Coulomb. Por último, se citarán algunos de los experimentos que se están llevando a cabo para detectarlos.

El tercer capítulo está dedicado a discutir el papel que juega el campo magnético en los strangelets. La modificación que este produce a los términos superficiales y de curvatura respectivamente; mientras que la parte original de la tesis se reserva para el capítulo cuarto, donde quedarán planteadas las condiciones de equilibrio mecánico y se obtendrán las ecuaciones que debemos resolver para obtener configuraciones estables de strangelets. Primero lo haremos para strangelets de Materia de Quarks Extraña Magnetizada MQEM (fase desapareada) y luego para strangelets de MQE en la fase CFL Magnetizada (MCFL). Se expondrán los resultados obtenidos y la discusión física de las propiedades principales para ambos tipos de strangelets. Posteriormente presentamos las conclusiones y recomendaciones a este trabajo, así como las direcciones de trabajo futuro.

# Capítulo 1

## La materia de quarks extraña

En este primer capítulo se introducirán conceptos claves para nuestro estudio. Se dará una descripción a *grosso modo* de las propiedades principales de la CDC y algunas de las consecuencias que se derivan de esta teoría; luego se estudiará uno de los modelos fenomenológicos alternativos de la CDC: el Modelo de Bag del MIT. Seguido a esto, se discutirán las hipótesis principales sobre las cuales versa nuestro estudio: la hipótesis de la MQE, la estabilidad y los estados de superconductividad de color en los que esta puede encontrarse.

### 1.1. Cromodinámica Cuántica y modelos fenomenológicos

La existencia de los quarks, idea propuesta por Murray Gell-Mann en los años '60 del pasado siglo, permite un entendimiento mayor del espectro hadrónico, describiéndolos como combinaciones de quarks: partículas de spin  $1/2$ . Estos, al igual que los leptones del Modelo Estándar (véase Cuadro 1), poseen ciertas “cargas” que los hacen susceptibles a las interacciones fundamentales:

- Cada quark se puede encontrar en tres estados de “carga de color”: “rojo”, “verde” o “azul”; luego, estos sufren la interacción fuerte. Ninguno de los leptones poseen carga de color, en este sentido se dice que son “blancos”, por tanto quedan privados de dicha interacción.
- Los quarks  $u$ ,  $c$  y  $t$ , llevan una carga eléctrica<sup>1</sup> de  $+\frac{2}{3}$ , y los  $d$ ,  $s$  y  $b$ , de  $-\frac{1}{3}$ ; por consiguiente, son susceptibles a la interacción electromagnética. El electrón, muón, y el tauón llevan una carga eléctrica de  $-1$ , permitiéndoles interactuar vía campo electromagnético. Ninguno de los neutrinos posee carga eléctrica.
- El “sabor”, así como el spin isotópico de los quarks y leptones, permite que estos participen en la interacción débil.

De la “carga de sabor”, se deriva cada tipo de quark (véase Cuadro 1):  $u$ —up (arriba),  $d$ —down (abajo),  $s$ —strange (extraño),  $c$ —charm (encanto),  $t$ —top (cima),  $b$ —bottom (fondo).

---

<sup>1</sup>En unidades de la carga del positrón:  $e = 0,302818$  en el sistema CGS.

La dinámica de la interacción entre quarks, a través del intercambio de gluones, es objeto de estudio de la CDC. La misma constituye una teoría cuántica de campos de calibración no-abeliana, cuyo grupo de simetrías es  $SU(3)$  y su densidad Lagrangiana viene dada por:

$$\mathcal{L}_{\text{CDC}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - \hat{m}) \psi - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

donde  $G_\mu^a(x)$  y  $\psi(x)$  representan a los campos de gluones y de sabor de los quarks ( $u, d, s, c, t, b$ ), respectivamente;  $\hat{m} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s, \dots)$  es la matriz de masas,  $\gamma^\mu$  son las matrices de Dirac, mientras que la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_a G_\mu^a, \quad (1.2)$$

contiene los detalles de la interacción fuerte, siendo  $g$  la constante de acoplamiento correspondiente y  $a$ , que indexa a la carga de color. Las matrices de Gell-Mann  $T_a$ , o generadores del grupo de calibración  $SU(3)$ , satisfacen las relaciones de conmutación

$$[T_a, T_b] = f_{abc} T_c, \quad (1.3)$$

siendo las constantes estructurales  $f_{abc}$  totalmente antisimétricas en los tres índices<sup>2</sup>

$$f^{123} = 1, f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = \frac{1}{2}, f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (1.4)$$

Por último, el tensor del campo de gluones  $G_{\mu\nu}^a(x)$  se expresa a través de  $G_\mu^a(x)$  mediante la relación:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{bc}^a G_\mu^b G_\nu^c. \quad (1.5)$$

La presencia de un tercer término en la Ec.(1.5), conduce a ecuaciones no-lineales para los campos  $G_\mu^a(x)$  y  $\psi(x)$ , que rara vez son solubles analíticamente; tampoco empleando la teoría de perturbaciones ya que en “condiciones normales”, la constante de acoplamiento fuerte vale  $g^2 \sim \alpha_c \simeq 1$ , a diferencia de la EDC para la cual es  $e^2 \sim \alpha_\gamma \simeq 1/137$ ; por este motivo, usualmente se debe recurrir a modelos fenomenológicos alternativos.

Por otro lado, la CDC contiene una sutileza debido al carácter no-abeliano del grupo  $SU(3)$ : la libertad asintótica. Al no ser las constantes estructurales todas nulas, aparece en la Ec.(1.1) un término proporcional a  $g^2$ , que esta última, en la aproximación de un lazo [27], puede escribirse como

$$\frac{g^2}{4\pi} \simeq \frac{4\pi}{(11 - \frac{4}{3}N_f) \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad (1.6)$$

donde  $N_f$  es la cantidad de sabores de quarks,  $\mu$  es un parámetro que aumenta con la densidad de estos y puede identificarse como un potencial químico ( $\rho \sim \mu^3$ ), mientras que  $\Lambda_{QCD} \sim 200-300$  MeV constituye un parámetro de renormalización. De aquí se observa que en regímenes de altas densidades  $\sim \mu^3$ ,  $g^2$  es completamente despreciable, razón por la cual los quarks pueden ser tratados como partículas cuasi-libres.

<sup>2</sup>Las restantes constantes estructurales que no se muestran en Ec.(1.4) son nulas.

Otra propiedad menos evidente de la CDC es el confinamiento de color, que aunque es aceptado como algo intrínseco de la teoría, esta idea tiene sólo carácter intuitivo y fenomenológico al no existir, al menos por ahora, pruebas formales obtenidas a partir de las ecuaciones correspondientes. Este carácter intuitivo, resulta del hecho de que es un fenómeno producido por el alto acoplamiento entre los quarks, donde predominan los efectos no-perturbativos para el rango de bajas energías.

Un modo alternativo de darle solución a las ecuaciones de la CDC, se basa en la discretización del espacio-tiempo, como plantean los modelos de Redes o Lattices. En particular, para la CDC, su modelo de Red asociado, o Red CDC como también se le conoce en la literatura científica, simula un espacio-tiempo discreto en vez de continuo, lo cual introduce un valor umbral en el momentum lineal del orden de  $1/\rho$ , donde  $\rho$  es el espaciamiento de la red. Las conexiones de esta última se realizan a través de líneas rectas formando un mallado en el espacio-tiempo, cuyos vértices son ocupados por los quarks, y el intercambio de gluones se produce a través de estas conexiones. A medida que disminuye el espaciamiento de la red, se obtiene una descripción más realista del problema. Esta nueva descripción permite obtener de modo alternativo las propiedades de la CDC, y es por ahora, la mejor aproximación existente para resolver de modo no-perturbativo las ecuaciones de esta teoría [30].

Uno de los principales logros de esta técnica, es la predicción de una transición de “deconfinamiento” de los quarks dentro de los hadrones, para conformar el PQG a temperaturas cercanas a los  $T = 170$  MeV [31]. La principal limitación se encuentra en el elevado costo computacional que implica el tener que resolverse un sistema dinámico de ecuaciones no-lineales en derivadas parciales de segundo orden. Dicho costo computacional se incrementa a medida que crece la cantidad de quarks en cada problema específico; por esta razón, se recurre a Red CDC sólo en los problemas donde imperan las bajas densidades y altas temperaturas. Por tanto, las principales aplicaciones de esta técnica, se encuentran en estudios y experimentos de altas energías, como son, los choques entre iones y núcleos pesados en los aceleradores de partículas.

La “imposibilidad material” de describir las propiedades de la CDC en el régimen de altas densidades, ha permitido que se formulen dos categorías diferentes de modelos fenomenológicos alternativos, para aplicarlos luego, al amplio espectro de situaciones físicas donde la CDC juega un papel primordial; entre ellas, la obtención de Ecuaciones de Estado (EdE) que sirvan para estudiar configuraciones estables de la MQE. Se emplean con éxito tanto modelos estáticos, como el Modelo de Bag del MIT, como modelos dinámicos, como el de Nambu-Jona-Lasinio (NJL). El primero es estático, en el sentido de que la masa de los quarks tiene que ser fijada con antelación, al igual que las constantes de acoplamiento fuerte  $g$  y Bag  $B_{\text{bag}}$ , que reproducen el confinamiento como se mostrará más adelante; mientras que el segundo es dinámico, en el sentido de que las masas de los quarks se determinan de forma auto-consistente. La principal deficiencia de este segundo modelo es que no reproduce el confinamiento de los quarks; aunque cabe mencionar que recientemente se ha extendido este último al Modelo de Polyakov-Nambu-Jona-Lasinio (PNJL), donde se logra reproducir el confinamiento de color [32]. De ahora en adelante, nos centraremos en el estudio del Modelo de Bag del MIT, el cual será empleado en esta tesis.

### 1.1.1. Modelo de Bag del MIT

El modelo fenomenológico de Bag del MIT, introducido a mediados de los años '70 [28, 29, 33], en sus inicios fue empleado para describir la materia hadrónica; sin embargo, por su versatilidad, su uso se ha extendido hacia la búsqueda de EdE para la MQE, así como en la descripción de los strangelets [10, 21, 22, 23, 25]. Este modelo pretende describir a los quarks libres o en débil interacción y confinados dentro de una región del espacio limitada por una superficie  $\mathcal{S}$  (el Bag o bolsa) caracterizada por un potencial tipo  $\delta$ -Dirac.

Matemáticamente se formula a través de la siguiente densidad Lagrangiana [28, 29, 33]:

$$\mathcal{L}_{\text{MIT}} = \left( \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - B_{\text{bag}} \right) \theta_s - \frac{1}{2}\bar{\psi}\psi\delta_s. \quad (1.7)$$

El término  $\theta_s$ , representa una función indicadora, tomando el valor 1 dentro del volumen limitado por  $\mathcal{S}$  y 0 afuera, reproduciéndose fenomenológicamente, el confinamiento de color de la CDC con ayuda de la constante  $B_{\text{bag}}$ . En el último sumando de la Ec.(1.7), aparece una densidad de energía superficial, cuya interpretación es la siguiente: los quarks se distribuyen dentro del volumen, siempre “ahuyentados” por la superficie.

Las traslaciones en el espacio-tiempo del sistema como un todo, es decir, partículas y superficie, dejan invariantes a las ecuaciones de la CDC y por construcción, también las que se obtienen a partir de  $\mathcal{L}_{\text{MIT}}$ ; esto conlleva a la conservación de la energía total y el momentum lineal total, y se expresa matemáticamente a través de la igualdad  $\partial\mathcal{T}^{\mu\nu}/\partial x^\mu = 0$ , siendo  $\mathcal{T}^{\mu\nu}$  las componentes del tensor energía-momentum, las cuales se escriben como

$$\mathcal{T}^{\mu\nu} = \frac{\partial\psi}{\partial x^\mu} \frac{\delta\mathcal{L}_{\text{MIT}}}{\delta(\partial_\nu\psi)} - \delta^{\mu\nu}\mathcal{L}_{\text{MIT}}, \quad (1.8)$$

denotando  $\delta/\delta(\psi)$  a la derivada funcional. Teniendo esto en cuenta, se demanda el cumplimiento de las siguientes condiciones de contorno sobre la superficie  $\mathcal{S}$ , para los campos  $\psi(x)$  y las componentes del campo de gluones  $G_{\mu\nu}^a(x)$  [28, 29]:

$$\begin{cases} B_{\text{bag}} = -\frac{1}{2}\eta_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu}(\bar{\psi}\psi) - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, & \vec{x} \in \mathcal{S}, \\ \eta_\mu j^\mu = \eta_\mu \bar{\psi}\gamma^\mu\psi = 0, & \vec{x} \in \mathcal{S}, \\ \eta_\mu G_a^{\mu\nu} = 0, & \vec{x} \in \mathcal{S}, \end{cases} \quad (1.9)$$

donde  $\eta_\mu$  es un vector normal y unitario a la superficie  $\mathcal{S}$ . La primera condición de contorno expresa la conservación de la energía total del sistema; la segunda y tercera prohíben la formación de flujos de corrientes de color normales a la superficie.

Este modelo se empleó en las Refs.[28, 29] para estudiar las propiedades de los hadrones, donde la superficie  $\mathcal{S}$  juega un papel importante; también se ha extendido su uso a situaciones

donde estos efectos superficiales son menos importantes comparados con los volumétricos. En estos casos se encuentran las EQs, las cuales contienen un elevado número de partículas  $\sim 10^{56}$  y por tanto se emplea un formalismo termodinámico del Modelo de Bag del MIT, promediando macroscópicamente todas las magnitudes físicas. Se interpreta entonces a  $B_{\text{bag}}$  como una presión negativa  $P_{\text{vac}} = B_{\text{bag}}$  ejercida sobre el sistema por el vacío que lo circunda, mimetizando el confinamiento<sup>3</sup>.

El promedio macroscópico del tensor energía-momentum dado en la Ec.(1.8), para un gas ideal adquiere una forma diagonal y se escribe de la siguiente manera:

$$\langle \mathcal{T}_{\mu\nu} \rangle = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

siendo  $E$  la densidad total de energía, y  $P$  designa a la presión total del sistema. Estas dos últimas expresiones, para un gas ideal formado por quarks  $u, d$  y  $s$ , pueden escribirse como

$$E = \sum_{f=u,d,s} E_f + B_{\text{bag}}, \quad P = \sum_{f=u,d,s} P_f - B_{\text{bag}}, \quad (1.11)$$

$$E_f = \Omega_f + \mu_f N_f + T S_f, \quad P_f = -\Omega_f \quad (1.12)$$

donde la suma en ambas expresiones se extiende sobre los tres sabores de quarks; las magnitudes  $E_f$  y  $P_f$  corresponden a las contribuciones cinéticas de los quarks a la densidad de energía y presión dadas por  $\Omega_f$ ,  $\mu_f$ ,  $N_f$ ,  $T$ ,  $S_f$ , que son: el gran potencial termodinámico, el potencial químico, densidad de partículas, temperatura y entropía respectivamente; esto se ilustra en la Fig(1.1).

A pesar de su sencillez, es un modelo ampliamente utilizado en la descripción de la MQE a altas densidades, por tener en cuenta el confinamiento y la libertad asintótica, esencial para las estrellas. Entre sus principales deficiencias se encuentran: al ser no dinámico, la masa de los quarks tiene que ser fijada con antelación, al igual que  $B_{\text{bag}}$ ; además viola la simetría quiral y el confinamiento es descrito en términos de  $B_{\text{bag}}$  como parámetro libre [28, 29].

## 1.2. La hipótesis de Bodmer-Witten-Terazawa

El enigma de la desintegración, en condiciones normales, de la mayoría de los hadrones (excepto el protón y su antipartícula) y la radiactividad de los núcleos atómicos, hace cuestionarnos acerca de la estabilidad de la materia que conocemos. Este es uno de los problemas principales del milenio, planteados por David Gross. Se basa en el conocimiento del estado fundamental de la materia y en los ambientes donde este estado pudiera encontrarse.

La hipótesis de la Materia de Quarks Extraña, idea propuesta por A. R. Bodmer [7] en 1971, da una primera respuesta a esta interrogante. Esta hipótesis plantea que la MQE es más

---

<sup>3</sup>Señalemos que en todos nuestros cálculos tomaremos como convenio el Sistema Natural de Unidades, donde  $\hbar = 1$ ,  $c = 1$  y  $k = 1$ , siendo  $k$  la constante de Boltzmann.

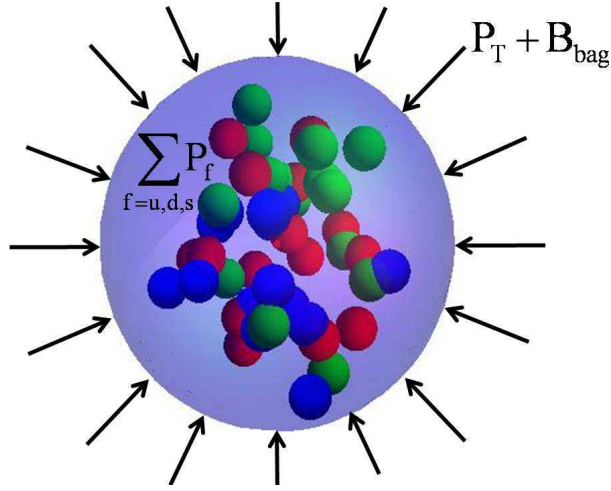


Figura 1.1: Imagen ilustrativa de como se logra el confinamiento en el modelo de Bag del MIT para sistemas con un número elevado de partículas.

estable que el  $^{56}\text{Fe}$ : el isótopo más estable que existe en la Naturaleza. Según esta hipótesis, luego reforzada por E. Witten [34], H. Terazawa [35], E. Farhi y R. L. Jaffe [10], la MQE constituye el estado fundamental de la materia; una de las especulaciones más intrigantes de la Física Moderna. Para su formación se necesitaría un ambiente rico en quarks  $s$  o la formación de un PQG. Es importante señalar, que dicha hipótesis introduce una cota superior para los valores que puede tomar la energía por barión  $E/A$  de la MQE, es decir, para preservar la estabilidad, se debe cumplir siempre la relación

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{\text{MQE}} \leq \left. \frac{E}{A} \right|_{^{56}\text{Fe}}. \quad (1.13)$$

Esto ha sido probado en Ref.[10] para un amplio rango de parámetros del Modelo de Bag del MIT. De ser esto cierto, pudiera ser natural entonces preguntarnos: ¿por qué si la MQE es el estado fundamental de la materia, no estamos compuestos por esta?

Según lo planteado en la *conjetura de Bodmer-Witten-Terazawa*, como también se conoce en la literatura científica, el hecho de que la MQE sea más estable que los núcleos atómicos ordinarios, para nada contradice lo que observamos a diario. Los núcleos no decaen a “núcleos extraños”. Sabemos que los quark  $s$ , se descomponen en quarks  $u$  y  $d$ , electrones y neutrinos mediante mecanismos de la interacción débil; sin embargo, el proceso contrario, de ocurrir, requiere de una transición débil inversa, que haga que los quarks  $u$  y  $d$ , que componen al nucleón ( $n$  y  $p$ ), se transformen en quarks  $s$ , como indica la siguiente cadena de reacciones:

$$d \leftrightarrow u + e^- + \nu_e, \quad u + e^- + \bar{\nu}_e \leftrightarrow s, \quad s + u \leftrightarrow d + u. \quad (1.14)$$

En este caso, el tiempo que tomaría esta transición en materializarse, llevaría una eternidad; tiempos comparables con  $10^{60}$  años, mayor que la edad estimada para el Universo. Es por eso que la materia que observamos en el día a día, no contiene rasgos de extrañeza; no obstante,

conocemos de la existencia de formas de materia tan “viejas” como el Universo mismo: las estrellas, donde dichos mecanismos pueden tener lugar [36]. Por tanto, uno de los escenarios de la Naturaleza donde pudiera aparecer la MQE queda reservado a los núcleos de las ENs, donde la gravedad se encarga de comprimir la materia, llegándose a alcanzar densidades subnucleares y permanecer en ese estado durante millones de años.

### Ecuación de estado para la materia de quarks extraña

Si la conjetura de Bodmer-Witten-Terazawa es cierta, entonces, encontrar una EdE para la MQE en ambientes de altas densidades, bajas temperaturas,  $\beta$ -equilibrio y neutralidad de carga eléctrica, que se supone sea el hábitat de esta forma de la materia, sería de gran importancia para estimar parámetros característicos de las EQs. En este acápite se muestra una primera aplicación sencilla del modelo de Bag del MIT, que sirve para encontrar fácilmente una EdE para la MQE en equilibrio estelar.

El modelo de Bag del MIT, considera en este caso a los quarks libres moviéndose dentro de la estrella, formando un gas de fermiones; el confinamiento se garantiza a través del parámetro  $B_{\text{bag}}$ , el cual tiene que ser fijado de antemano, o bien calcularse a partir de algún dato específico de la estrella como la densidad de partículas. Para mayor sencillez y comprensión de lo que a continuación derivamos, se supondrá que los quarks  $u, d$  y  $s$  se mueven en el límite ultra-relativista, esto equivale a decir que sus energías cinéticas superan en gran medida a sus energías en reposo, o de una forma más sencilla, suponer  $m_f \rightarrow 0$ , lo cual es una gran aproximación debido a que el quark  $s$  es muy masivo comparado con los quarks  $u$  y  $d$ . Podemos entonces obtener bajo estas suposiciones, tal y como se hizo en Ref.[37], una ecuación de estado muy sencilla para el gas de quarks; la misma serviría para estudiar las relaciones Masa-Radius de las estrellas, y la estabilidad de la MQE. En este ejemplo, no se tendrá en cuenta la presencia de gluones, electrones ni neutrinos, que pudieran surgir de la cadena de reacciones dada por la Ec.(1.14); para ello suponemos que ha pasado suficiente tiempo como para que los neutrinos hayan abandonado a la estrella [37].

Para el límite degenerado<sup>4</sup>  $T = 0$  y quarks ultra-relativistas, se obtiene la presión cinética por cada sabor de quarks:

$$P_f = \frac{d_f}{24\pi^2} \mu_f^4, \quad (1.15)$$

siendo  $\mu_f$  los potenciales químicos (momenta de Fermi) y  $f$  designa el sabor; el factor  $d_f$  denota al factor de degeneración de los quarks, el cual vale 6 (tres colores y dos estados de proyección del spin según el eje  $z$ ).

La densidad de partículas y la densidad de energía, igualmente en el límite degenerado y ultra-relativista para cada sabor, son:

$$N_f = \frac{d_f}{6\pi^2} \mu_f^3, \quad (1.16)$$

---

<sup>4</sup>Tomamos el límite degenerado ya que en una estrella se cumple  $T/T_f \sim 10^{-4}$ , donde  $T_f$  es la temperatura de Fermi.

y

$$E_f = \frac{d_f}{8\pi^2} \mu_f^4 \quad (1.17)$$

respectivamente. Nótese que al despreciar la presencia de los electrones y neutrinos, y tomar la condición de  $\beta$ -equilibrio, los potenciales químicos satisfacen las ecuaciones

$$\mu_u = \mu_d = \mu_s \equiv \mu, \quad (1.18)$$

por lo que la neutralidad de carga queda impuesta automáticamente debido a la igualdad de las densidades  $N_f$ , ya que  $q_u + q_d + q_s = (2 - 1 - 1)/3 = 0$ .

De las Ecs.(1.15) y (1.17) se obtiene la relación  $E_f = 3P_f$ , que reemplazándola en las Ecs.(1.11), conduce a la relación general entre la presión y energía totales, y que es precisamente la EdE que queríamos obtener:

$$P = \frac{1}{3}(E - 4B_{\text{bag}}). \quad (1.19)$$

Suponiendo ahora  $P = 0$ , que corresponde al equilibrio hidrostático de la EQs, se obtiene la condición de estabilidad:

$$E = 4B_{\text{bag}}, \quad (1.20)$$

es decir, las EQs serían autoligadas; la interacción de color, descrita con la ayuda de  $B_{\text{bag}}$ , es la responsable de la cohesión de la materia de la estrella.

A continuación procedamos a estimar el valor de  $B_{\text{bag}}$  tomando la densidad típica de una ENs, igual a la densidad nuclear normal:  $n_b = 3,93 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3} \simeq 0,16 \text{ fm}^{-3}$ . Como hemos ignorado la presencia de electrones y neutrinos, de la Ec.(1.18) se obtiene:

$$\sum_{f=u,d,s} P_f = \frac{d_f}{8\pi^2} \mu^4. \quad (1.21)$$

Si la presión total  $P$  es cero, la Ec.(1.11) conduce a la siguiente relación entre el potencial químico común  $\mu$  y  $B_{\text{bag}}$ :

$$\mu = \left( \frac{8\pi^2 B_{\text{bag}}}{d_f} \right)^{1/4}. \quad (1.22)$$

La densidad de la estrella coincide con la densidad bariónica total, dicha relación se expresa mediante

$$n_b = \frac{1}{3} \sum_{f=u,d,s} N_f. \quad (1.23)$$

Teniendo esto en cuenta, se puede escribir  $n_b = N_f = d_f \mu^3 / (6\pi^2) \simeq 0,63 \text{ fm}^{-3}$ , por lo que  $\mu^3 / \pi^2 = 0,63 \text{ fm}^{-3}$ . Finalmente, utilizando la Ec.(1.22), se obtiene,  $B_{\text{bag}}^{1/4} \simeq 145 \text{ MeV}$ , empleando la conversión adecuada de unidades del Sistema Natural.

### 1.2.1. Estabilidad de la materia de quarks normal en equilibrio estelar

Consideremos ahora un gas de quarks ultra-relativistas en el límite degenerado  $T = 0$  formado solamente por los sabores  $u$  y  $d$ ; a la materia de quarks formada solamente por estos dos sabores, le llamaremos *materia de quarks normal*. El equilibrio estelar impone la neutralidad de carga para dicho gas, la cual en este caso, se escribe como

$$2N_u = N_d,$$

donde por simplicidad, tampoco se ha tenido en cuenta la presencia de electrones ni de neutrinos. Definiendo  $\mu_2$  en términos de los potenciales químicos de los quarks  $u$  y  $d$  como  $\mu_2 = \mu_u = 2^{-1/3}\mu_d$ , entonces, la densidad bariónica da como resultado

$$n_b = \frac{N_u + N_d}{3} = \frac{\mu_2^3}{\pi^2}.$$

La presión cinética quedaría entonces como

$$P_2 = P_u + P_d = \frac{(1 + 2^{4/3})}{4\pi^2} \mu_2^4;$$

sustituyendo ahora en la Ec.(1.11) para la presión total  $P$ , e imponiendo la condición de equilibrio hidrostático  $P = 0$ , se obtiene:

$$\mu_2 = \left( \frac{4\pi^2}{1 + 2^{4/3}} \right)^{1/4} B_{\text{bag}}^{1/4}.$$

Con ella se puede escribir  $n_b$  en función de  $B_{\text{bag}}$  y teniendo en cuenta que  $E = 4B_{\text{bag}}$ , la energía por barión resulta

$$\frac{E}{A} = \frac{E}{n_b} = (2\pi)^{1/2} (1 + 2^{4/3})^{3/4} B_{\text{bag}}^{1/4}.$$

Evalutando para el  $B_{\text{bag}}$  encontrado en el acápite anterior:  $B_{\text{bag}}^{1/4} = 145$  MeV, se obtiene

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{u,d} \simeq 934 \text{ MeV}.$$

Analicemos ahora en que rango puede variarse  $B_{\text{bag}}$ , de forma tal que la energía por barión sea menor que la correspondiente a la materia nuclear. Para un gas formado solamente por neutrones, la energía por barión es igual a la masa en reposo del neutrón,  $m_n = 939,6$  MeV, mientras que para el isótopo  $^{56}\text{Fe}$ , la energía por barión se puede calcular como:  $E/A|_{^{56}\text{Fe}} = (56m_n - 56 \times 8,8)/56 = 930$  MeV. La estabilidad del gas formado por quarks  $u$  y  $d$  con respecto al gas de neutrones, requiere el cumplimiento de la relación  $\left. \frac{E}{A} \right|_{u,d} < m_n$ , lo cual es válido siempre y cuando  $B_{\text{bag}}^{1/4} < 145$  MeV. Con respecto al isótopo  $^{56}\text{Fe}$  se debe cumplir  $\left. \frac{E}{A} \right|_{u,d} < \left. \frac{E}{A} \right|_{^{56}\text{Fe}}$ , por lo que se restringe  $B_{\text{bag}}$  a  $B_{\text{bag}}^{1/4} < 144$  MeV. En la Naturaleza se observan los neutrones y el  $^{56}\text{Fe}$ , pero no el gas de quarks  $u$  y  $d$ , por lo que se concluye que el  $B_{\text{bag}}$  debe ser mayor que los valores antes mencionados. Este hecho hace que se tome usualmente el valor  $B_{\text{bag}}^{1/4} = 144$  MeV como cota inferior de los valores que puede tomar este parámetro.

### 1.2.2. Estabilidad de la materia de quarks extraña en equilibrio estelar

En el caso de un gas de quarks de tres sabores  $u$ ,  $d$  y  $s$ , se plantea nuevamente la condición de neutralidad de carga de la siguiente manera,

$$2N_u = N_d + N_s .$$

Definiendo ahora  $\mu_3 = \mu_u = \mu_d = \mu_s$ , y la presión cinética del gas formado por los tres sabores, dada por la Ec.(1.21), se escribe como

$$P_3 = P_u + P_d + P_s = \frac{3\mu_3^4}{4\pi^2} .$$

La relación equivalente a la Ec.(1.22), entre el potencial químico  $\mu_3$  y  $B_{\text{bag}}$ , es en este caso

$$\mu_3 = \left( \frac{4\pi^2}{3} \right)^{1/4} B_{\text{bag}}^{1/4} .$$

Empleando la condición dada por la Ec.(1.20), y escribiendo a  $n_b$  como función de  $B_{\text{bag}}$ , se obtiene que la energía por barión evaluada para el valor  $B_{\text{bag}}^{1/4} = 145$  MeV es

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{u,d,s} = \frac{E}{n_b} = (2\pi)^{1/2} 3^{3/4} B_{\text{bag}}^{1/4} \simeq 829 \text{ MeV} .$$

Recordemos nuevamente que la energía por barión para un gas de neutrones está dada por la masa del neutrón,  $m_n = 939,6$  MeV, mientras que para el isótopo  $^{56}\text{Fe}$  es  $E/A = 930$  MeV. Podemos entonces concluir que

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{u,d,s} < \left. \frac{E}{A} \right|_{^{56}\text{Fe}} < \left. \frac{E}{A} \right|_{u,d} < m_n ,$$

para valores de  $B_{\text{bag}}^{1/4} < 163$  MeV, y por tanto, la MQE resulta ser más estable.

Cabe destacar que se ganan aproximadamente 100 MeV por barión cuando se introduce un sabor más en la descripción. Con ello queda probada la conjetura de Bodmer empleando el Modelo de Bag del MIT: la MQE es más estable que la materia nuclear y en particular, que el núcleo más estable que existe en la Naturaleza, el hierro  $^{56}\text{Fe}$ , véase la Fig.(1.2). Podemos entender, de manera intuitiva, que este resultado se debe al principio de exclusión de Pauli. En el caso de la MQE, el número bariónico está distribuido en tres mares de energía de Fermi en lugar de dos, como es el caso de la materia con quarks  $u$  y  $d$ . Así, en un régimen de altas densidades, el estado con quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  tendrá una energía menor que el estado con solo dos sabores  $u$  y  $d$ .

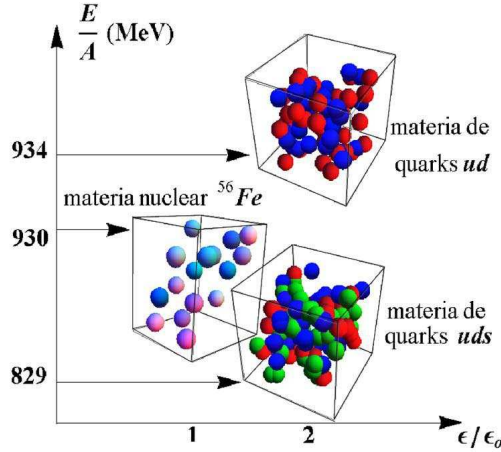


Figura 1.2: Comparación de la energía por barión,  $E/A$ , del  $^{56}\text{Fe}$ , materia de quarks con dos y tres sabores (materia normal y extraña) como función de la densidad bariónica [38].

### 1.3. Diagrama de fases de la Cromodinámica Cuántica y Superconductividad de Color

En los análisis realizados en los acápites precedentes, se ha tenido en cuenta el límite degenerado y el límite ultra-relativista; sin embargo, existen ciertos ambientes en donde esos límites no son apropiados, por no describir adecuadamente el comportamiento global del sistema que se quiere estudiar; por ejemplo: en dependencia de la temperatura  $T$  y del potencial químico  $\mu$ , la materia de quarks en general, puede aparecer esencialmente en dos regímenes. El primero constituiría una fase “caliente”, cuando  $T \gg \mu$ , formando el PQG. El Universo habría pasado, seguramente, por esa fase en los primeros segundos después del Big Bang, cuando la temperatura era extremadamente alta y la densidad bariónica muy baja. Otro ambiente donde pudiera encontrarse el PQG en la fase caliente, son los colisionadores iones pesados, donde la temperatura del plasma es muy alta, comparada con la densidad.

Al continuar disminuyendo la temperatura del PQG, este transita por diferentes estados, comenzando por la nucleación de burbujas hadrónicas; mecanismos como este, suponen la base de la hadronización del Universo. Los strangelets se consideran como posibles restos de dicho proceso y se supone hayan sobrevivido hasta la actualidad, manteniéndose en equilibrio, minimizando su energía libre. Una vez formados los hadrones, se iniciaron las primeras reacciones nucleares y la síntesis de elementos ligeros como el deuterio y el helio<sup>5</sup>. Estos últimos, ocuparían luego los centros de objetos estelares capturando otros elementos, hasta formar aquellos cuerpos super densos que registran los astrofísicos.

Por otro lado, el PQG puede también aparecer en un régimen de baja temperatura y alta densidad  $T \ll \mu$ , formando el interior de las ENs y realizándose una conversión de las mismas en

<sup>5</sup>El PQG se considera el punto de partida para la síntesis de todos los elementos químicos, y por supuesto, de la evolución del Universo.

EQs. Esta transición de fases, estaría ocurriendo en el Universo cada vez que una estrella masiva explotara en forma de Supernova, con la consecuente aparición de una ENs. Al alcanzarse el equilibrio en el interior de las ENs, el PQG transita hacia la MQE.

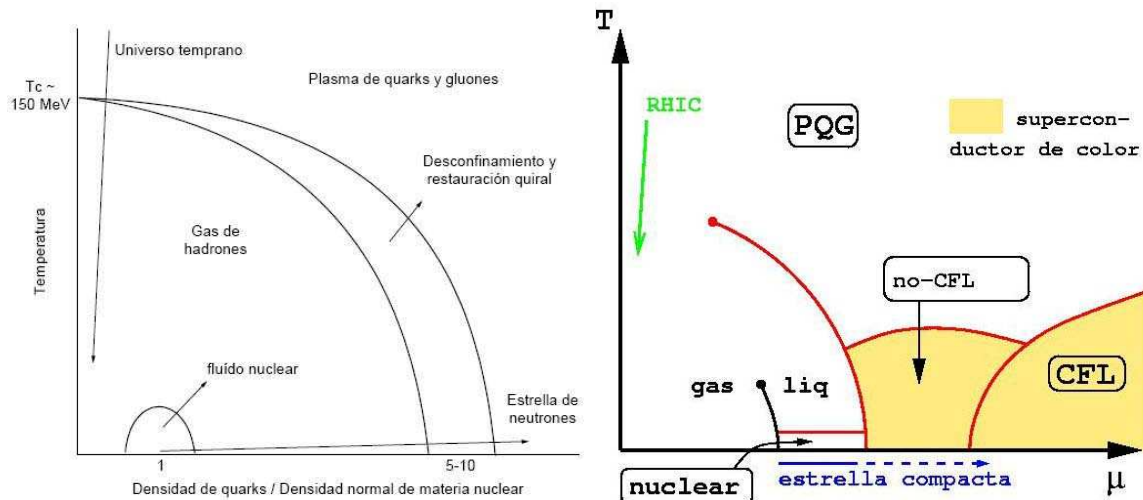


Figura 1.3: **Diagrama de fases de la CDC:** En la figura se muestran las regiones de temperatura y densidad para las cuales la materia existe como fluido nuclear, gas de hadrones, o plasma de quarks y gluones. La línea de la izquierda muestra el camino que seguirán los experimentos del RHIC, y que intentan reproducir las condiciones en las que se encontraba el Universo en sus inicios. Este camino parte desde la fase del PQG, hasta la materia nuclear normal. La línea en la parte inferior del diagrama, traza el camino tomado por una ENs en su periodo de formación. Las colisiones de iones pesados siguen un camino entre estos dos extremos, incrementando simultáneamente la temperatura y la densidad. A la derecha se muestra una extensión del diagrama de fases, donde se muestran las regiones en las que la MQE se puede encontrar en la fase superconductora de color.

Un esquema cualitativo de las situaciones descritas en los párrafos anteriores, se muestra en la Fig.(1.3); también conocido popularmente como *diagrama de fases de la CDC* [39]. A bajas temperaturas y densidades, el sistema puede ser descrito en términos de hadrones, nucleones y sus estados de excitación interna, mesones, etc. En la región de altas temperaturas  $T \geq T_c$  y altas densidades,  $\sim 5 - 10 n_b$ , la descripción apropiada es en términos de quarks y gluones. La transición entre estas regiones puede ser abrupta, como en la ebullición del agua, con un calor latente (*transición de primer orden*), sin calor latente (*segundo orden*), o simplemente un paso suave pero rápido (*crossover*). En cualquier caso, la Física cambia fuertemente entre los regímenes de bajas y altas temperaturas. La Fig.(1.3) muestra además una segunda transición, de los núcleos normales, que están en estado líquido, a un gas de nucleones. Estas dos fases pueden coexistir a temperaturas por debajo de los 15 – 20 MeV, y densidades del orden de la materia nuclear normal  $n_b$ .

A temperaturas relativamente bajas y elevadas densidades, se conjetura una nueva transición de fases, de la MQE hacia un estado más simétrico: el estado de superconductividad de color [9, 40, 41]. Esta idea, inicialmente propuesta en Ref.[42], plantea que la fase superconductora de color de la MQE, está constituida por condensados de diquarks, análogos a los pares de Cooper

de electrones existentes en los superconductores ordinarios. Este último fenómeno, surge del acoplamiento de electrones cuya interacción fundamental es repulsiva. La interacción atractiva necesaria para el apareamiento de los electrones y formar los pares de Cooper, es producto de los fonones o vibraciones de la red. La diferencia con la superconductividad de color es que en este caso, la interacción atractiva surge naturalmente de la propia interacción fundamental de la teoría, mediada por los gluones.

Los quarks son fermiones de spin  $\frac{1}{2}$  y por tanto obedecen el principio de exclusión de Pauli. A cero temperatura y muy altas densidades, la libertad asintótica los mantiene libres de interacción, llenando todos los niveles energéticos  $E_p$  hasta el nivel de Fermi  $\mu_F$ , lo cual se representa por la función de distribución de Fermi-Dirac a  $T = 0$  :  $f(p) = \theta(\mu_F - E_p)$ . Los quarks, cuyas energías son cercanas al nivel de Fermi, interactúan vía intercambio de gluones; dicha interacción es atractiva si estos se encuentran en un estado antisimétrico en la carga de color, lo cual conlleva a la aparición de pares que quiebran la simetría local de color. Como consecuencia, aparece al menos una energía de gap  $\Delta$ , que caracteriza al condensado [39]:

$$\Delta \propto \langle \psi^t \mathfrak{D} \psi \rangle \quad (1.24)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_{\text{color}} \otimes \mathfrak{D}_{\text{sabor}} \otimes \mathfrak{D}_{\text{spin}}, \quad (1.25)$$

donde el operador  $\mathfrak{D}$  actúa sobre el estado  $\psi$  definido en los espacios de color, sabor y Dirac respectivamente.

En dependencia de cuales sabores y colores de quarks formen los pares, se clasifica así el estado superconductor de color. Los dos patrones más importantes y más estudiados en la literatura científica son: los formados por el apareamiento entre solo dos sabores de quarks  $(u, d)$  o  $(u, s)$ , o bien  $(d, s)$ , fase 2SC; y el patrón más simétrico de todos, donde a la vez, los tres sabores de quarks  $u, d$  y  $s$  pueden formar pares indistintamente  $(u, d)$ ,  $(u, s)$ , y  $(d, s)$ . A este último patrón se le denomina fase CFL.

La fase 2SC, llamada así por el apareamiento de solo dos sabores de quarks, convencionalmente apunta siempre en la dirección azul-antiazul, es decir, los quarks  $u$ —rojos se aparean con quarks  $d$ —verdes, mientras que los quarks  $d$ —rojos se aparean con quarks  $u$ —verdes, formando pares antiazul; los quarks azules no se aparean [39] y por tanto no contribuyen a la energía de gap. En cambio, para la fase CFL, como el apareamiento es uniforme, todos los quarks contribuyen a dicha energía.

En astrofísica, la superconductividad de color adquirió mayor relevancia cuando se descubrió que el valor de la energía de gap del superconductor, podría alcanzar los 100 MeV, para las densidades bariónicas existentes en el interior de las ENs. Resultados teóricos sugieren que dentro de dichas estrellas puede existir una fase superconductora de la MQE del tipo CFL, que constituiría un estado todavía más estable que la propia MQE [9, 40, 41].

# Capítulo 2

## Strangelets y sus propiedades

### 2.1. Strangelets

Entre los mayores retos planteados por los astrofísicos en este siglo, figura el probar si realmente puede existir la MQE en el interior de objetos compactos muy densos. Si la MQE o preferentemente la fase CFL constituye el estado fundamental de la materia, entonces podemos esperar encontrarla en el interior de las ENs, formando Estrellas Híbridas o EQs [36, 43]. Para comprobar esto, se necesitan indicios que justifiquen claramente la presencia de los quarks, por ejemplo, con la emisión de partículas de dichos cuerpos.

Una posible vía, sería detectar strangelets provenientes del medio interestelar. La formación de los mismos puede deberse a la colisión de objetos compactos, explosiones Supernovas o incluso proveniente de los primeros destellos ocasionados por la conversión de ENs a EQs. Otras investigaciones también sugieren que los strangelets pueden ser producidos por colisiones entre iones pesados en los aceleradores ultra-relativistas, como son el LHC y el RHIC [11]; los experimentos sobre rayos cósmicos también están en la búsqueda de dichas partículas [12, 13].

Ahora bien, ¿qué son los strangelets? En Ref.[10] fueron definidos como pequeños fragmentos de la MQE, cuyas dimensiones son comparables a las de los núcleos atómicos, unos pocos femtómetros (fermis)  $\text{fm} = 10^{-13}\text{cm}$ , y números bariónicos que yacen en el rango  $1 \leq A < 10^7$ . Al ser sistemas de pocos quarks, se pudiera pensar en estudiarlos con Red CDC; sin embargo, el modelo de Bag del MIT encuentra mayores aplicaciones, debido a que los cálculos resultan ser menos costosos computacionalmente.

Recordemos que en el Modelo de Bag del MIT, se necesita introducir una superficie auxiliar  $\mathcal{S}$  que confine a los quarks. En los trabajos [10, 21, 22, 25], se ha considerado esférica a dicha superficie y estimado el radio de la misma, es decir, los strangelets serían como esferas empaquetadas con no más de  $10^7$  quarks en su interior, véase la Fig.(2.1). Estos estudios además sugieren que el radio  $R$  tiene una dependencia con el número bariónico, análoga a la de los núcleos atómicos muy poco deformados; la dependencia es de la forma  $R = r_0 A^{1/3}$ , donde  $r_0$  es el radio crítico, que para los núcleos se estima igual a 1.12 fm [22]. Estos estimados pueden

ser de gran interés para la comunidad astrofísica, quienes buscan strangelets provenientes de los rayos cósmicos y que puedan alcanzar la atmósfera terrestre.

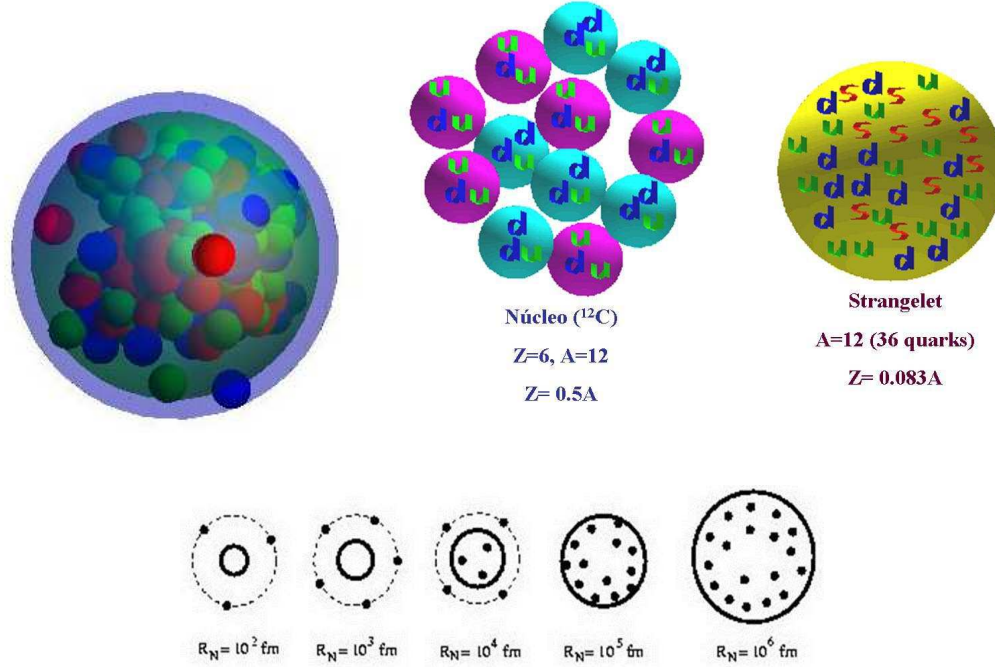


Figura 2.1: A la izquierda se muestra una recreación visual de un strangelet. A la derecha se muestra una comparación entre el isótopo de Carbono  $^{12}\text{C}$  y un strangelet con el mismo número bariónico. Abajo se muestra un strangelet y una nube de electrones circundando; a medida que aumenta el radio, los electrones pueden penetrar dentro del strangelet.

Una de las características principales de los strangelets es la carga eléctrica, la cual se debe a las diminutas dimensiones. Se les estiman radios no superiores a la longitud de onda de Compton de los electrones:  $\lambda_e \simeq 2,43 \times 10^3 \text{ fm}$  y por tanto, la presencia de estos últimos, mezclados con los quarks queda prohibida, análogo a lo que sucede en los núcleos atómicos, véase la Fig.(2.1). Esto conduce a que los strangelets posean cierta carga eléctrica neta, al no poder compensarse las cargas de los quarks con la de los electrones; resultado contrastante a lo que ocurre en las estrellas, donde la neutralidad global de carga es un requisito indispensable.

El signo de la carga eléctrica sería también un factor muy importante; muchos autores conjeturan situaciones cataclísmicas dependiendo de esto. Si los strangelets poseen carga positiva, estos repelerían a los núcleos que se encuentren en su camino; sin embargo, si poseen carga negativa, los núcleos se sentirían atraídos, produciéndose estados de excitación interna; luego se convertirían en núcleos extraños, desintegrándose y conduciendo a una gran catástrofe natural [21].

En cuanto a la estabilidad de los strangelets; en los trabajos [10, 21, 22, 24, 25] se muestran estudios sobre este tema en el límite degenerado  $T = 0$ , mostrando que la energía por barión de

los mismos resulta ser inferior a la del  $^{56}\text{Fe}$ . A temperatura finita  $T \neq 0$ , los strangelets pueden encontrarse en estados metaestables, pero si logran sobrevivir al menos 0,01 milisegundos, la presencia de estos puede ser detectada en los experimentos de colisiones de iones pesados [21], por las trazas que se producen en los torrentes de partículas.

## 2.2. Modelo de capas

Un primer acercamiento al estudio de los strangelets lo constituye el Modelo de Bag del MIT, descrito en el capítulo anterior; este ya ha sido empleado para obtener una EdE y el estudio de la energía por barión de un gas de quarks a altas densidades. En esta y la próxima sección, se estudiarán dos formalismos del Modelo de Bag del MIT para el estudio de los strangelets, que guardan estrecha analogía con dos de los modelos más conocidos de la Física Nuclear. El primero de estos se asemeja al Modelo de Capas Nucleares.

En las Refs.[21, 25] fueron estudiados los strangelets con superficie  $\mathcal{S}$  esférica y considerando a los quarks como fermiones no interactuantes. Al resolverse la ecuación de Dirac correspondiente e imponerle las condiciones de contorno sobre la esfera  $\mathcal{S}$  de radio  $R$ , dadas en las Ecs.(1.9), sin considerar los campos de gluones, es decir  $G_\mu^a = 0$ , se obtiene una distribución de quarks dentro de los strangelets, análoga a la distribución de protones y neutrones en el Modelo de Capas Nucleares. Los protones y neutrones se distribuyen en capas, gracias al potencial de interacción nuclear, mientras que para los quarks, el sustituto de este potencial lo constituyen las propias condiciones de contorno dadas por las Ecs.(1.9) con  $G_\mu^a(x) = 0$ .

La energía total del strangelet estará compuesta tanto por la energía propia del movimiento de los quarks, como por la contribución del Bag mismo; esto se contempla en la siguiente expresión:

$$E = \sum_{f=u,d,s} \sum_i \left[ N_{f,i} \sqrt{p_{f,i}^2 + m_f^2} \right] + \frac{4\pi}{3} B_{\text{bag}} R^3 \quad (2.1)$$

donde las sumas se extienden sobre los tres sabores de quarks y los estados con momentum angular total  $j$ , relacionado con el índice entero  $i$  por:  $i = \pm(j + \frac{1}{2})$ . El término  $N_{f,i} = 3(2j + 1)$  corresponde a los sabores de quarks por nivel energético (el 3 corresponde al número de colores presentes),  $m_f$  es la masa de cada quark, los momenta  $p_{f,i}$  y el radio  $R$  de la superficie, se obtienen al resolver las ecuaciones:

$$f_i(p_{f,i}R) = \frac{-p_{f,i}}{\sqrt{p_{f,i}^2 + m_f^2}} f_{i-1}(p_{f,i}R) \quad (2.2)$$

y  $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$ , equivalentes a las Ecs.(1.9). Las funciones  $f_i(p_{f,i}R)$  vienen definidas a través de

$$f_i(z) = \begin{cases} j_i(z), & \text{si } i \geq 0 \\ (-1)^{i+1} j_{-i-1}(z), & \text{si } i < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

y continen a las funciones esféricas de Bessel  $j_i(z)$ ; mientras que el número bariónico se escribe de la siguiente manera:

$$A = \frac{1}{3} \sum_{f=u,d,s} \sum_i N_{f,i}, \quad (2.4)$$

el cual se considera como magnitud fija.

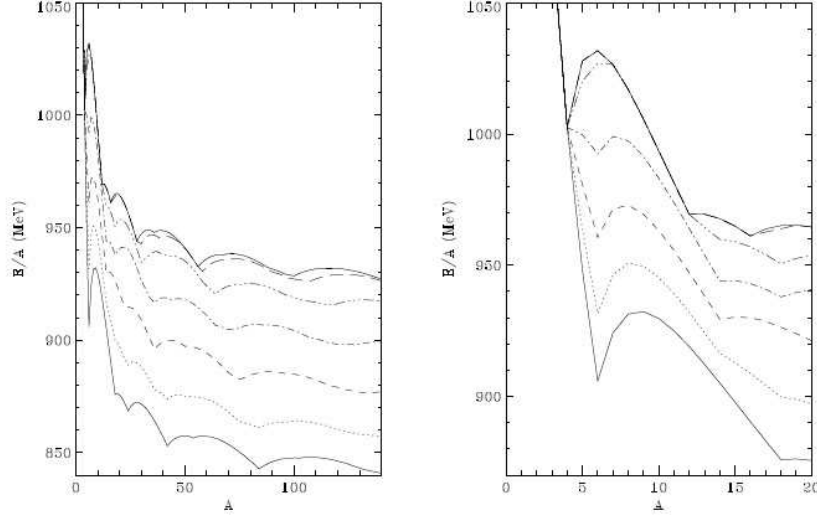


Figura 2.2: Energía por barión para strangelets con constante de Bag igual a  $B_{\text{bag}}^{1/4} = 145$  MeV. Se muestran las curvas correspondientes a  $m_s = 0 - 300$  MeV, en pasos de 50 MeV, en orden ascendente y los respectivos números mágicos [21].

En la Fig.(2.2) se observa la energía por barión  $E/A$  de los strangelets formados por quarks  $u, d$  y  $s$  libres, a cero temperatura y de superficie esférica. Para pequeños valores de  $A$ ,  $E/A$  toma valores cada vez más grandes, sobrepasando a la del isótopo  $^{56}\text{Fe}$ :  $E/A = 930$  MeV y por tanto vulnerables a la desintegración. Por el contrario, en el límite  $A \rightarrow \infty$ , la energía por barión tiende a un valor constante de forma decreciente e inferior a la energía del  $^{56}\text{Fe}$  para el valor de  $B_{\text{bag}}$  utilizado.

La distribución de quarks dentro de los strangelets sigue un modelo de llenado de capas, las cuales se reconocen a simple vista de la Fig.(2.2). La primera capa llena se observa para  $A = 6$  (3 colores y 2 orientaciones del spin para cada sabor de quarks); las siguientes capas completas se observan para  $A = 18, 24, 42, 54, 60, 84, 102$ , etc (números mágicos). A medida que  $m_s$  aumenta, la distribución de los números mágicos se traslada hacia la izquierda, llenándose la primera capa para  $A = 4$ .

## 2.3. Modelo de la gota líquida

Otro de los modelos empleado en el estudio de los strangelets, constituye una extrapolación del Modelo de la Gota Líquida, ampliamente difundido en la Física Nuclear. Este predice la

forma esférica de algunos núcleos, la relación entre la carga y el número bariónico, algunos de los mecanismos de la desintegración nuclear y niveles energéticos para núcleos poco deformados.

Extrapolado al estudio de strangelets, como formalismo termodinámico del Modelo de Bag del MIT, tiene la ventaja de que los efectos de la temperatura finita  $T$ , correcciones superficiales e interacción de Coulomb, pueden tenerse en cuenta y las magnitudes que dependen de  $T$  son relativamente fáciles de manejar numéricamente, a diferencia del modelo de capas [21], donde se requiere trabajar con funciones de la Física-Matemática como son las funciones de Bessel. Otra de las ventajas es que las correcciones superficiales se consideran como una perturbación a la densidad de estados de los quarks y gluones libres utilizando el Método de Expansión y Reflexión Múltiple; estas a la vez pueden interpretarse como correcciones al gran potencial termodinámicos y magnitudes derivadas, como la densidad de partículas, entropía, etc. El Método de Expansión y Reflexión Múltiple fue desarrollado por R. Balian y C. Bloch en Ref.[44], y extendido al estudio de los strangelets en Ref.[10, 21], considerando que los términos superficiales y de curvatura, se identifican con una corrección a la densidad de estados del gas libre

$$\frac{dN_f}{dp} = \frac{d_f p^2 V}{2\pi^2} + d_f G_{f,s} \left( \frac{m_f}{p} \right) pS + d_f G_{f,c} \left( \frac{m_f}{p} \right) C, \quad (2.5)$$

siendo  $V = \frac{4\pi}{3} R^3$ ,  $S = 4\pi R^2$ ,  $C = 8\pi R$ , y  $R$ , el volumen, área, curvatura extrínseca y radio de la superficie esférica que encierra al gas. La estructura de los términos  $G_{f,s} \left( \frac{m_f}{p} \right)$  y  $G_{f,c} \left( \frac{m_f}{p} \right)$  se escribirá en el siguiente epígrafe.

### 2.3.1. Gran potencial termodinámico

En el formalismo de Gota Líquida del Modelo de Bag del MIT, los strangelets se describen en términos de un gas formado por quarks  $u, d$  y  $s$  y gluones en equilibrio termodinámico, con correcciones superficiales y de curvatura y por simplicidad se considera que la superficie que encierra a dicho gas es estática: la presión de expansión generada por el gas, es contrarestanda por una presión negativa ejercida por la superficie del Bag.

Para plantear el equilibrio entre las presiones, se debe conocer la expresión del gran potencial termodinámico<sup>1</sup>  $\Omega$ ; el cual, según Ref.[21] se escribe como:

$$\Omega = \Omega_g + \Omega_{q\bar{q}}, \quad (2.6)$$

$$\Omega_g = \Omega_{g,v} V + \Omega_{g,c} C, \quad (2.7)$$

$$\Omega_{q\bar{q}} = B_{\text{bag}} V + \sum_{f=u,d,s} [\Omega_{f,v} V + \Omega_{f,s} S + \Omega_{f,c} C]. \quad (2.8)$$

La contribución de los gluones al gran potencial termodinámico, viene representada por el término  $\Omega_g$ , mientras que  $\Omega_{q\bar{q}}$  corresponde a los quarks  $q$  (antiquarks  $\bar{q}$ ). Al ser los gluones bosones no masivos de spin 1, la contribución al potencial termodinámico superficial es nula [10,

<sup>1</sup>En este trabajo, el gran potencial termodinámico  $\Omega$  será calculado en la aproximación de un lazo.

21, 26], razón por la cual, en la Ec.(2.7), sólo aparecen las contribuciones volumétricas y de curvatura

$$\Omega_{g,v}(T) = -\frac{d_g \pi^2}{90} T^4, \quad \Omega_{g,c}(T) = \frac{d_g}{36} T^2, \quad (2.9)$$

siendo  $d_g = 16$  el factor de degeneración (8 gluones y dos proyecciones de spin).

Por otro lado, la contribución de los quarks y antiquarks al gran potencial termodinámico volumétrico, presente en la Ec. (2.8), se escribe como

$$\Omega_{f,v}(\mu_f, T) = -\frac{d_f T}{(2\pi)^3} \int \ln(f_p^+ f_p^-) d^3 p, \quad (2.10)$$

donde

$$f_p^\pm = 1 + e^{-(E_{p,f} \mp \mu_f)/T}, \quad (2.11)$$

contiene los detalles de la función de distribución de partículas ( $f_p^+$ ) y antipartículas ( $f_p^-$ ),  $T$  denota a la temperatura,  $E_{p,f}$  es la energía de cada quark dada por el espectro,  $d_f = 6$  es el factor de degeneración, mientras que  $\mu_f$  es el potencial químico para cada gas formado por cada sabor.

El término  $B_{\text{bag}} V$  tiene en cuenta la energía del Bag, interpretándose  $B_{\text{bag}}$  como una presión del vacío, que reproduce el confinamiento de color de los quarks, como ha sido explicado en el capítulo anterior. Es importante señalar que en este caso, al distinguirse los efectos volumétricos de los superficiales y de curvatura, la unidad de medida apropiada para  $B_{\text{bag}}$  en este contexto es el  $\text{MeV fm}^{-3}$  y no  $\text{MeV}^4$  como se solía escribir en el capítulo anterior. Para convertir de  $\text{MeV}^4$  a  $\text{MeV fm}^{-3}$ , basta con dividir por  $(\hbar c)^3$  y extraer la raíz cuarta<sup>2</sup>. Así,  $B_{\text{bag}}^{1/4} = 145 \text{ MeV}$  equivale a  $B_{\text{bag}} \simeq 57,8 \text{ MeV fm}^{-3}$ . De ahora en adelante, se empleará dicha conversión para los valores de  $B_{\text{bag}}$ .

La expresión de la contribución superficial al gran potencial termodinámico para el gas de quarks y antiquarks, presente en la Ec. (2.8) se escribe como:

$$\begin{aligned} \Omega_{f,s} &= \frac{d_f T}{16\pi^3} \int G_s \ln(f_p^+ f_p^-) \frac{d^3 p}{|\vec{p}|}, \\ G_s &= \arctan(m_f/|\vec{p}|). \end{aligned} \quad (2.12)$$

El factor  $G_s$  tiene en cuenta la modificación en la densidad de estados, de acuerdo al Método de Expansión y Reflexión Múltiple, véase la Ec.(2.5), y su expresión es resultado de haber tenido en cuenta una superficie esférica. Para partículas no masivas, este factor se anula incluso a temperatura finita; sin embargo, para partículas masivas, la densidad de estas que se deriva de

---

<sup>2</sup>El valor de  $\hbar c$  es  $197,326968 \text{ MeV fm}$ .

dicha corrección al potencial termodinámico es siempre negativa, lo cual contiene implícito las condiciones de fronteras del Modelo de Bag del MIT.

De forma análoga se escribe para los quarks y antiquarks la contribución al gran potencial termodinámico proveniente de la curvatura de la superficie [21]:

$$\begin{aligned}\Omega_{f,c} &= -\frac{d_f T}{48\pi^3} \int G_c \ln(f_p^+ f_p^-) \frac{d^3 p}{|\vec{p}|^2}, \\ G_c &= 1 - \frac{3}{2} \frac{|\vec{p}|}{m_f} \arctan(m_f/|\vec{p}|).\end{aligned}\tag{2.13}$$

En este caso, el factor  $G_c$  se derivó en Ref.[21] para ajustar los cálculos de la energía por barión en el formalismo de Capas del Modelo de Bag del MIT para grandes valores del número bariónico, lo cual se muestra en la Fig.(2.3).

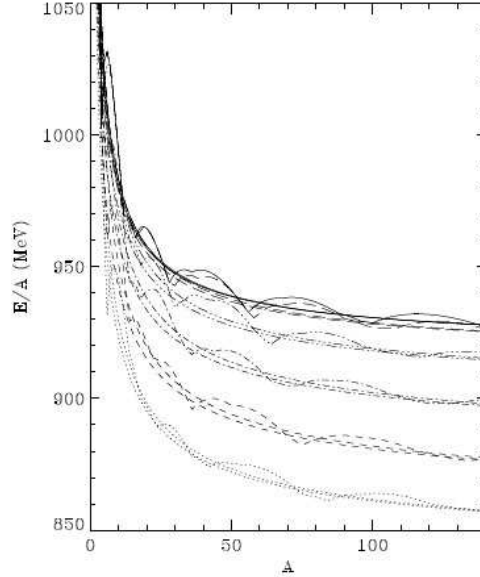


Figura 2.3: Energía por barión para strangelets a  $T = 0$  MeV y constante de Bag igual a  $B_{bag} = 57 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Se muestran las curvas correspondientes a los formalismos Capas y de Gota Líquida (líneas continuas) para diferentes valores de la masa del quark  $s$ :  $m_s = 0-300$  MeV (en pasos de 50 MeV) en orden ascendente.

Conocidos el gran potencial termodinámico volumétrico de los quarks y antiquarks dado por la Ec.(2.10), y las correcciones superficiales y de curvatura dadas por las Ecs.(2.12) y (2.13), se pueden calcular las densidades de partículas asociadas, de la forma

$$N_{f,v} = -\frac{\partial \Omega_{f,v}}{\partial \mu_f}, \quad N_{f,s} = -\frac{\partial \Omega_{f,s}}{\partial \mu_f}, \quad N_{f,c} = -\frac{\partial \Omega_{f,c}}{\partial \mu_f},\tag{2.14}$$

para luego componer el número total de partículas de cada sabor

$$N_f = N_{f,v} V + N_{f,s} S + N_{f,c} C.\tag{2.15}$$

Un tercio de la suma por los tres sabores del número total de partículas, compone el número bariónico  $A$  dado en la Ec.(2.4), el cual es considerado constante para los strangelets.

De forma análoga, se derivan las contribuciones a la entropía:

$$S_{f,v} = -\frac{\partial \Omega_{f,v}}{\partial T}, \quad S_{f,s} = -\frac{\partial \Omega_{f,s}}{\partial T}, \quad S_{f,c} = -\frac{\partial \Omega_{f,c}}{\partial T}, \quad (2.16)$$

$$S = \sum_{f=u,d,s} [S_{f,v}V + S_{f,s}S + S_{f,c}C]. \quad (2.17)$$

Cabe destacar, que este formalismo del Modelo de Bag del MIT tiene un carácter puramente termodinámico, por lo que no describe bien la situación física para strangelets con pocos quarks; no obstante, con ayuda de los términos superficiales y de curvatura, se reproducen resultados análogos a los del formalismo de Capas (excepto los números mágicos), para valores pequeños del número bariónico; esto se muestra en la Fig.(2.3), donde se observa cierta equivalencia entre ambas descripciones para grandes valores del número bariónico  $A$  [21]. Esto nos permite emplear el formalismo de Gota Líquida para el estudio de las propiedades principales de los strangelets, como son: la energía por barión, el radio y la carga eléctrica.

### 2.3.2. Carga eléctrica e interacción coulombiana

Como ya ha sido argumentado en la Sec.(2.1) del presente capítulo, la carga eléctrica de los strangelets se debe a sus pequeñas dimensiones: para  $A < 10^7$ , se estiman radios que no sobrepasan a la longitud de onda de Compton de los electrones; por tanto, la presencia de estos dentro de los strangelets puede ser completamente despreciada. Esto conduce a que los strangelets posean una carga eléctrica neta, la cual no está uniformemente distribuida dentro de los strangelets Ref.[45].

La distribución de cargas libres dentro de los strangelets viene dada por la expresión:

$$Z = Z_V + Z_S, \quad (2.18)$$

$$Z_V = \rho_V V, \quad Z_S = \rho_S S + \rho_C C \quad (2.19)$$

siendo

$$\rho_V = \sum_{f=u,d,s} q_f N_{f,v}, \quad \rho_S = \sum_{f=u,d,s} q_f N_{f,s}, \quad \rho_C = \sum_{f=u,d,s} q_f N_{f,c} \quad (2.20)$$

las correspondientes densidades de cargas asociadas al volumen, superficie y curvatura<sup>3</sup>; sin embargo, cuando el radio de estos sobrepasa la longitud de Debye  $R \geq \lambda_D \simeq 5,1 \text{ fm}$

$$(\lambda_D)^{-2} = 4\pi \sum_{f=u,d,s} q_f^2 \left( \frac{\partial N_{f,v}}{\partial \mu_f} \right), \quad (2.21)$$

los efectos de apantallamiento de la carga eléctrica, así como los efectos de la interacción coulombiana cobran relevante importancia y deben tenerse en cuenta [45, 46, 47]. Este efecto, predice

---

<sup>3</sup>Las magnitudes  $\rho_S S$  y  $\rho_C C$  componen la carga eléctrica libre en la superficie.

que para  $R \geq \lambda_D$ , los strangelets se comportan como conductores, siendo en el interior neutros eléctricamente y el exceso de carga se distribuye en la superficie, precisamente dentro de una capa de espesor  $\lambda_D$ .

El tratamiento que se le dará en este trabajo al apantallamiento de la carga eléctrica, se basa en la aproximación de Thomas-Fermi, siguiendo a Ref.[45]. En este caso tenemos tres portadores de cargas, los quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  respectivamente. Los potenciales químicos de los gases formados por estos portadores varían espacialmente a consecuencia del potencial electrostático  $V(r)$  generado por las cargas eléctricas de los quarks; sin embargo, sendos potenciales químicos siempre deben satisfacer la condición de  $\beta$ -equilibrio

$$\mu_u(r) + q_u V(r) = \mu_d(r) + q_d V(r) = \mu_s(r) + q_s V(r) = \mu, \quad (2.22)$$

donde el potencial químico  $\mu$  es constante debido a la aproximación de Thomas-Fermi.

Bajo estas suposiciones y considerando  $V(r) \ll \mu$ , la densidad volumétrica de cargas, dependiente de la coordenada radial  $r$ , tiene la forma

$$\rho_V(r) = \rho_V - \frac{V(r)}{4\pi\lambda_D^2}, \quad (2.23)$$

de donde se puede escribir la ecuación de Poisson para el potencial electrostático y las condiciones de frontera que este debe satisfacer:

$$\nabla^2 V(r) = -4\pi\rho_V(r), \quad (2.24)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} V(r) < \infty, \quad (2.25)$$

$$V(R) = \frac{eZ_{\text{apant}}}{R}. \quad (2.26)$$

Integrando en coordenadas esféricas la Ec.(2.24), se encuentra:

$$V(r) = 4\pi\rho_V\lambda_D^2 \left[ 1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{R}{\lambda_D}\right)} \frac{\sinh\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)}{\frac{r}{\lambda_D}} \right] \quad (2.27)$$

$$\rho_V(r) = \frac{\rho_V}{\cosh\left(\frac{R}{\lambda_D}\right)} \frac{\sinh\left(\frac{r}{\lambda_D}\right)}{\frac{r}{\lambda_D}}; \quad (2.28)$$

por tanto, de la Ec.(2.26) se obtiene finalmente

$$Z_{\text{apant}} = \frac{4\pi}{e} R \lambda_D^2 \rho_V \left[ 1 - \frac{\lambda_D}{R} \tanh\left(\frac{R}{\lambda_D}\right) \right]. \quad (2.29)$$

La energía de Coulomb correspondiente viene dada por:

$$E_C = 2\pi \int_0^R [V(r)\rho_V(r)r^2 dr], \quad (2.30)$$

$$E_C = 4\pi^2 R \rho_V^2 \lambda_D^4 \left[ 2 - \frac{3\lambda_D}{R} \tanh\left(\frac{R}{\lambda_D}\right) + \cosh^{-2}\left(\frac{R}{\lambda_D}\right) \right], \quad (2.31)$$

la cual debe de añadirse a la energía total del sistema.

### 2.3.3. Energía libre y condición de equilibrio hidrostático

La obtención de configuraciones hidrostáticamente estables de strangelets, requiere de un mínimo de la energía libre del sistema con respecto al volumen. Este mínimo representa la configuración más estable que el strangelet puede alcanzar y se encuentra resolviendo la ecuación

$$\left. \frac{\partial F}{\partial V} \right|_{N,T} = 0, \quad (2.32)$$

manteniendo fijo el número bariónico  $A$  dado por la Ec.(2.4). Este equilibrio se alcanza al igualarse la presión total del gas de quarks y gluones, a la presión externa ejercida por el Bag, es decir, pedir que  $P = 0$ , donde  $P = -\Omega/V$ , y  $\Omega$  dado por la Ec.(2.8). Los strangelets, desde el punto de vista global, pueden considerarse como sistemas cerrados, donde la temperatura, las fuerzas generalizadas, incluyendo al volumen [48] y el número total de partículas permanecen constantes.

La Energía Libre de Helmholtz o simplemente Energía Libre, se escribe de la forma

$$\begin{aligned} F &= F_g + F_{q\bar{q}} + E_C, \\ F_g &= \Omega_{g,v} V + \Omega_{g,c} C, \\ F_{q\bar{q}} &= B_{\text{bag}} V + \sum_f [F_{f,v} V + F_{f,s} S + F_{f,c} C], \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde  $F_g$  y  $F_{q\bar{q}}$  representan las contribuciones a la energía libre de los gluones y quarks (antiquarks) respectivamente, mientras que  $E_C$  es la energía de Coulomb dada por la Ec.(2.31). Las contribuciones volumétricas, superficiales y de curvatura de los quarks y antiquarks a la energía libre, vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} F_{f,v} &= \Omega_{f,v} + \mu_f N_{f,v}, \\ F_{f,s} &= \Omega_{f,s} + \mu_f N_{f,s}, \\ F_{f,c} &= \Omega_{f,c} + \mu_f N_{f,c}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

La energía total del strangelet, se obtiene de la energía libre, añadiendo la contribución entrópica  $TS$ , es decir,  $E = F + TS$ , siendo  $S$  la entropía total del sistema, dada por la Ec.(2.17).

## 2.4. Estabilidad de los strangelets

Igual a como se procedió en los epígrafes (1.2.1) y (1.2.2), se estudiará ahora las condiciones de estabilidad de los strangelets considerando a los quarks  $u, d$  y  $s$  en el límite ultra-relativista,

a  $T = 0$  y despreciando la contribución de los gluones; podemos por tanto escribir el conjunto de magnitudes termodinámicas necesarias para dicho estudio:

$$\Omega_{f,v} = -\frac{\mu_f^4}{4\pi^2}, \quad N_{f,v} = \frac{\mu_f^3}{\pi^2}, \quad E_{f,v} = \frac{3\mu_f^4}{4\pi^2}, \quad (2.35)$$

$$\Omega_{f,c} = \frac{\mu_f^2}{8\pi^2}, \quad N_{f,c} = -\frac{\mu_f}{4\pi^2}, \quad E_{f,c} = -\frac{\mu_f^2}{8\pi^2}. \quad (2.36)$$

Nótese que no se han escrito las contribuciones de  $\Omega_{f,s}$  debido a que consideramos  $m_f = 0$ . Como los electrones no pueden coexistir con los quarks en el interior de los strangelets, se tomarán iguales los tres potenciales químicos de cada sabor, es decir, empleamos la Ec.(1.18). Bajo estas suposiciones, se obtienen configuraciones de strangelets neutros eléctricamente al anularse la suma de las cargas eléctricas de los quarks; razón por la cual ignoramos también los efectos de la interacción coulombiana, y escribimos la energía libre de la siguiente manera:

$$F = \frac{4\pi}{3}R^3 B_{\text{bag}} + \frac{3\mu^4}{\pi}R^3 - \frac{3\mu^2}{\pi}R. \quad (2.37)$$

Haciendo uso de la Ec.(2.32), lo cual es equivalente a extremar la energía libre  $F$  dada en la Ec.(2.37) con respecto al radio  $R$ , se obtiene la siguiente relación:

$$R = \frac{\mu}{\sqrt{3\mu^4 + \frac{4\pi^2}{3}B_{\text{bag}}}}. \quad (2.38)$$

Al aumentar el potencial químico, el radio disminuye y viceversa; lo mismo sucede con la constante  $B_{\text{bag}}$ . El número bariónico se expresa a través de

$$A = \frac{4\mu^3}{3\pi}R^3 - \frac{2\mu}{\pi}R; \quad (2.39)$$

por tanto, ahora se puede calcular el potencial químico y estimar la constante  $B_{\text{bag}}$  para un número bariónico en particular; por ejemplo, para  $A = 100$ .

En efecto, utilizando la relación  $R = 0,89A^{1/3}$  fm, que será aclarada más adelante, se obtiene  $R = 4,13$  fm, por tanto, de la Ec.(2.39), el potencial químico vale  $\mu \simeq 300$  MeV. Sustituyendo estos resultados en la Ec.(2.37), se tendrá  $E/A = F/A = 681,52 \text{ MeV} + 2,95B_{\text{bag}} \text{ fm}^3$ .

Planteando ahora la condición de estabilidad relativa al isótopo  $^{56}\text{Fe}$   $E/A < 930$  MeV, se obtiene el rango de  $B_{\text{bag}}$  permitido:  $B_{\text{bag}} < 84 \text{ MeV fm}^{-3}$ ; es decir, para strangelets con número bariónico 100, que corresponde a 300 quarks, para que se preserve la estabilidad se requiere un  $B_{\text{bag}} < 84 \text{ MeV fm}^{-3}$ . En el **Cap IV** se generalizan estos resultados para strangelets con quarks masivos, temperatura finita, campos magnéticos, la presencia de gluones y los efectos de la superconductividad de color.

## 2.5. Escenarios de producción de strangelets y experimentos para detectarlos

En la literatura astrofísica, se puede encontrar un sin número de fenómenos atribuibles a los strangelets; entre ellos se encuentran: las colisiones de EQs, anomalías en las explosiones de rayos cósmicos de Cygnus X-3, la extraordinariamente alta luminosidad de los Gamma Ray Burst en el remanente N49 de la Gran Nube de Magallanes e incluso en eventos tipo Centauro [12]. Por tanto, los lugares más obvios para detectar strangelets son aquellas regiones del Universo donde se producen eventos en que intervienen los rayos cósmicos. En este contexto, se puede mencionar que existe una extensa literatura sobre la producción de eventos exóticos de rayos cósmicos, con una inusualmente pequeña relación carga-masa ( $Z/A$ ) [49, 50, 51, 52]. Parece natural identificar estos eventos como strangelets; sin embargo, aún no se ha llegado a un consenso debido a ambigüedades en cuanto a los mecanismos de propagación de los mismos a través de la atmósfera terrestre. Por ejemplo, como se ha citado en Ref.[53], si un strangelet con número bariónico  $A \sim 1000$  alcanzara la atmósfera, este encontraría serios problemas para penetrarla, debido a que la masa del strangelet rápidamente decrecería por las constantes colisiones con las moléculas de aire. Se llegaría hasta una masa crítica, por debajo de la cual, el strangelet simplemente se evaporaría formando neutrones.

Entre los experimentos más citados, que buscan strangelets provenientes de alguna fuente astrofísica, se encuentran los del Alpha Magnetic Spectrometer (AMS) ubicado en la Estación Espacial Internacional, el detector de muones ALEPH en el experimento CosmoLEP (Cosmic-Ray Experiment by Low Energy Physic) y los experimentos SLIM symbolic circuit compactor en Chacaltaya (Bolivia).

A pesar de los esfuerzos que realizan los astrofísicos en la búsqueda de strangelets, este no es el único modo de tratar de encontrarlos; muchos científicos apoyan la idea de que sean producidos también en experimentos de aceleradores de partículas [54, 55]. Repetidamente se citan los experimentos BNL-AGS (Brookhaven National Lab Experiments) y SPS (Super Proton Synchrotron), así como el sistema detector CASTOR (calorímetro), propuesto este último como subsistema del ALICE (A Large Ion Collider Experiment) en el LHC perteneciente al CERN [56]. Los experimentos BNL-AGS, están estudiando colisiones de iones pesados en un espectrómetro de geometría abierta a energías del orden de los 11 GeV para Au+Pb, pero hasta ahora no se han encontrado indicios de strangelets [57]. Otro experimento que se está llevando a cabo en el CERN es el NA52, donde se hacen colisionar iones de Azufre y Tungsteno, así como Plomo-Plomo [58], para buscar partículas extrañas masivas y de relativamente cortos tiempos de vida.

# Capítulo 3

## Materia de quarks y campos magnéticos

El presente capítulo lo dedicaremos a estudiar las propiedades principales del gas de quarks que compone a los strangelets, en presencia de un campo magnético externo, constante, homogéneo y en la dirección del eje  $z$ ; para ello, nuevamente se empleará el formalismo de Gota Líquida del Modelo de Bag del MIT descrito en el capítulo anterior. Debido a la interacción del campo con las partículas cargadas eléctricamente, el momentum lineal orbital se encuentra cuantizado según niveles de Landau, por tanto, las propiedades termodinámicas diferirán al caso de campo magnético nulo. Se investigará cómo varían las propiedades de los strangelets en presencia de campos intensos.

### 3.1. Espectro de los quarks en presencia de un campo magnético

Para el cálculo de las magnitudes termodinámicas expuestas en la Sec.(2.3), se necesita conocer previamente el espectro de energías de los quarks  $u, d$  y  $s$ . Dicho espectro, en presencia de un campo magnético externo, de inducción  $\mathcal{B}$ , y descrito por el potencial  $A^\mu$ , se obtiene al dar solución a la ecuación de Dirac

$$[\gamma^\mu(\partial_\mu + iq_f A_\mu) + m_f \mathbb{I}_4] \psi_f = 0. \quad (3.1)$$

Considerando que el campo magnético es homogéneo, constante y dirigido según el eje  $z$ , el espectro que se obtiene es el siguiente [14]:

$$E_{p,f}^{\nu,\eta} = \sqrt{p_z^2 + p_{f\perp}^2 + m_f^2}, \quad p_{f\perp} = \sqrt{q_f \mathcal{B}(2\nu + 1 - \eta)}. \quad (3.2)$$

Como es de esperar, la presencia del campo externo, produce una ruptura de la simetría espacial, con la consecuente separación de las componentes del momentum lineal de cada quark: una longitudinal  $p_z$ , en la dirección del campo, y otra perpendicular a esta dirección o componente transversal  $p_{f\perp}$ . La componente transversal se cuantiza en niveles discretos de Landau  $\nu$ ,

análogos a los electrones en un campo magnético externo, constante y unidireccional. El índice  $f = u, d, s$ , recorre los tres sabores de quarks considerados en este estudio, los números  $\eta = \pm 1$  son los autovalores del operador de spin;  $q_f$ , y  $m_f$  representan la carga eléctrica y la masa en reposo de cada partícula respectivamente. En el Cuadro 3.1 se recogen los valores de dichas magnitudes:

Quarks	$u$	$d$	$s$
$q_f (e)$	$+2/3$	$-1/3$	$-1/3$
$m_f (\text{MeV})$	$\sim 5$	$\sim 5$	$\sim 150$

Cuadro 3.1: Valores de la carga eléctrica y masa de las partículas consideradas en nuestro estudio.

Notar que la Ec.(3.2) puede escribirse de la forma equivalente

$$E_{p,f}^{\nu,\eta} = \sqrt{p_z^2 + M_{\nu,f}^{\eta 2}}, \quad M_{\nu,f}^{\eta} = \sqrt{q_f \mathcal{B}(2\nu + 1 - \eta) + m_f^2} \quad (3.3)$$

compatible con el espectro de una partícula de masa  $M_{\nu,f}^{\eta}$  que depende del campo magnético y del estado  $\nu, \eta$ , es decir, una “masa magnética cuantizada”. La hipotética partícula, se mueve con momentum lineal en la dirección del campo magnético [14].

## 3.2. Anisotropía de las presiones

Conocido el espectro de cada quark, se puede calcular la contribución de cada uno de estos al potencial termodinámico volumétrico, auxiliándose de la Ec.(2.10). Debido a la anisotropía en el espectro de los quarks, impuesta por la presencia del campo magnético, la integración sobre las componentes transversales  $dp_x dp_y$  del momentum lineal en las Ecs. (2.10), (2.12) y (2.13) tienen que ser reemplazadas por la regla

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [ ] dp_x dp_y \rightarrow 2\pi q_f \mathcal{B} \sum_{\eta=\pm 1} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [ ], \quad (3.4)$$

donde la suma sobre los niveles de Landau está limitada hasta

$$\nu_{\max}^f = I \left[ \frac{\mu_f^2 - m_f^2}{2q_f \mathcal{B}} \right], \quad (3.5)$$

gracias a que los momenta de Fermi de cada gas de quarks  $p_F^f = \sqrt{\mu_f^2 - M_{f\nu}^{\pm 2}}$  tienen que ser cantidades reales [14]. La función  $I[x]$  representa la parte entera del número real  $x$ . Teniendo todo esto en cuenta, el gran potencial termodinámico se escribe de la siguiente manera

$$\Omega_{f,v} = -\frac{d_f q_f \mathcal{B}}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [\omega_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + \omega_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.6)$$

$$\omega_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \frac{1}{\beta} \int_0^{+\infty} \left[ \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)} \right] + \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)} \right] \right] dp_z, \quad (3.7)$$

donde se ha denotado por  $\omega_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q})$  a las contribuciones de los quarks y antiquarks respectivamente, con proyecciones de spin  $\pm 1$  y siendo  $\beta = T^{-1}$  la temperatura inversa. De forma análoga se pueden escribir las densidades volumétricas de partículas

$$N_{f,v} = \frac{d_f q_f \mathcal{B}}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [N_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + N_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.8)$$

$$N_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \int_0^{+\infty} \left[ \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)}} - \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)}} \right] dp_z, \quad (3.9)$$

de energía interna

$$E_{f,v} = \frac{d_f q_f \mathcal{B}}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [E_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + E_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.10)$$

$$E_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \int_0^{+\infty} \left[ E_{p,f}^{\nu,\pm} \left( \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)}} + \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)}} \right) \right] dp_z, \quad (3.11)$$

y la magnetización

$$M_{f,v} = -\frac{\partial \Omega_{f,v}}{\partial \mathcal{B}}, \quad M_{f,v} = \frac{d_f q_f \mathcal{B}}{2\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [M_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + M_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.12)$$

$$M_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \frac{1}{\mathcal{B}} \int_0^{+\infty} \left[ \left( p_z \frac{\partial E_{p,f}^{\nu,\pm}}{\partial p_z} - \mathcal{B} \frac{\partial E_{p,f}^{\nu,\pm}}{\partial \mathcal{B}} \right) \left( \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)}} + \frac{1}{1 + e^{\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)}} \right) \right] dp_z. \quad (3.13)$$

El promedio macroscópico del tensor de energía-momentum para un gas de quarks  $u, d$  y  $s$  (sin considerar los efectos superficiales) es diagonal en presencia de un campo magnético intenso al igual que en la Ec.(1.10), pero en este caso aparecen anisotropías en las presiones debido a los efectos del campo [14, 15, 16, 17, 59], lo cual se observa en las componentes del tensor macroscópico:

$$\langle \mathcal{T}_{\mu\nu} \rangle = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad P_{\perp} = P_{\parallel} - M\mathcal{B}, \quad (3.14)$$

$$P_{\parallel} = - \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,v} - B_{\text{bag}}, \quad E = \sum_{f=u,d,s} E_{f,v} + B_{\text{bag}}, \quad M = \sum_{f=u,d,s} M_{f,v}, \quad (3.15)$$

donde  $P_{\perp}$  corresponde a la componente transversal y  $P_{\parallel}$  a la componente paralela de la presión;  $E$  y  $M$  son la densidad de energía total del sistema y magnetización respectivamente. Se observa que siempre  $P_{\perp} \leq P_{\parallel}$ ; dicha desigualdad se hace más evidente, mientras mayor sea el valor del campo magnético. Por tanto, elevados campos magnéticos producen una marcada anisotropía, lo cual conduciría a una deformación ecuatorial del gas de quarks, llegándose hasta condiciones de colapso producido por el propio campo [59, 60]. Sin embargo en nuestro estudio dado el campo que se empleará es  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G, consideraremos que estamos en el regimen isotrópico ( $P_{\perp} \sim P_{\parallel}$ ) y por ello podemos tomar una forma esférica para los strangelets.

Evaluando numéricamente la diferencia de presiones  $P_{\parallel} - P_{\perp}$ , para  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G,  $A = 100$ ,  $T = 0$  y  $T = 15$  MeV y  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$  se obtiene:

$$(P_{\parallel} - P_{\perp})|_{T=0} = 2,8 \text{ MeV fm}^{-3}, \quad (P_{\parallel} - P_{\perp})|_{T=15} = 5,9 \text{ MeV fm}^{-3}. \quad (3.16)$$

En la Fig.(3.1) se ha graficado la diferencia  $P_{\parallel} - P_{\perp}$  en función del campo magnético  $\mathcal{B}$ , tomando  $A = 100$ ,  $T = 0$  y  $T = 15$  MeV y  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$ . Se observa que los efectos de la anisotropía comienzan a observarse precisamente para campos superiores a  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G.

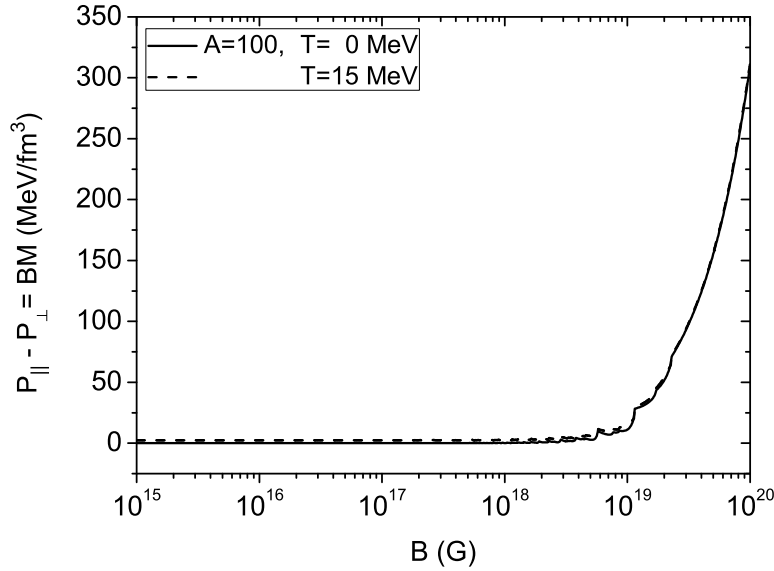


Figura 3.1: Comportamiento de la anisotropía de la presión  $P_{\parallel} - P_{\perp} = \mathcal{B}M$  con el campo magnético externo, para  $A = 100$ ,  $T = 0, 15$  MeV y  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$ .

### 3.3. Términos superficiales en presencia de un campo magnético externo

Calculemos ahora las contribuciones de la superficie  $\Omega_{f,s}$  y curvatura  $\Omega_{f,c}$ , al gran potencial

termodinámico empleando las Ecs.(2.12) y (2.13), donde solo modificaremos el espectro de los quarks, el cuál contiene los efectos del campo magnético. Comencemos con  $\Omega_{f,s}$ , magnitud que se identifica con la presión superficial; para ella, encontramos la siguiente expresión

$$\Omega_{f,s} = \frac{d_f q_f \mathcal{B}}{4\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [\sigma_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + \sigma_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.17)$$

$$\sigma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \frac{1}{\beta} \int_0^{+\infty} \left[ G_{f,\nu,s}^{\pm}(p) \left( \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)} \right] + \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)} \right] \right) \right] dp_z, \quad (3.18)$$

$$G_{f,\nu,s}^{\pm}(p) = \frac{1}{\sqrt{p_z^2 + p_{f\perp}^2}} \arctan \left( \frac{m_f}{p_z} \right). \quad (3.19)$$

Para el nivel básico  $\nu = 0$ , aparece una singularidad  $p_z = 0$  debida al factor  $G_{f,0}^{\pm}(p)$ . La integración de  $\sigma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q})$  en el límite degenerado, conduce al siguiente resultado:

$$\sigma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) \propto -\ln[p_{f\perp}/m_f](\mu_f - M_{f\nu}^{\eta}). \quad (3.20)$$

De forma equivalente se obtienen una expresión integral para  $\Omega_{f,c}$ , la cual se representará por:

$$\Omega_{f,c} = -\frac{d_f q_f \mathcal{B}}{12\pi^2} \sum_{\nu=0}^{\nu_{\max}^f} [\gamma_{f,\nu}^+(q\bar{q}) + \gamma_{f,\nu}^-(q\bar{q})], \quad (3.21)$$

$$\gamma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) = \frac{1}{\beta} \int_0^{+\infty} \left[ G_{f,\nu,c}^{\pm}(p) \left( \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} - \mu_f)} \right] + \ln \left[ 1 + e^{-\beta(E_{p,f}^{\nu,\pm} + \mu_f)} \right] \right) \right] dp_z, \quad (3.22)$$

$$G_{f,\nu,c}^{\pm}(p) = \frac{1}{\sqrt{p_z^2 + p_{f\perp}^2}} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{p_z}{m_f} \arctan \left( \frac{m_f}{p_z} \right) \right). \quad (3.23)$$

Análogo a como se realizó en  $\sigma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q})$ , para  $\gamma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q})$  se tomará el límite degenerado, dando como resultado una expresión divergente del tipo:

$$\gamma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) \propto \frac{\pi m_f}{2p_{f\perp}} + \ln[p_{f\perp}/m_f]. \quad (3.24)$$

Las Ecs. (3.17) y (3.21), muestran divergencias para el estado básico  $\nu = 0$  o límite infrarrojo. Por ejemplo, la contribución superficial a  $T = 0$ , diverge logarítmicamente como la Ec. (3.20) hacia  $+\infty$ , mientras que la contribución de la curvatura diverge como la Ec. (3.24), por un lado hacia  $+\infty$  ( $1/p_{f\perp}$ ) y por otro hacia  $+\infty$  logarítmicamente. La segunda divergencia es dominante frente a la primera, por tanto,  $\gamma_{f,\nu}^{\pm}(q\bar{q}) \rightarrow +\infty$ . Esto conduce a que la presión superficial total para cada sabor de quarks sea  $P_{f,S} = -(\Omega_{f,s}S + \Omega_{f,c}C) \rightarrow -\infty$ , la cual disminuye haciéndose infinitamente negativa.

Estas divergencias pueden evitarse introduciendo un valor umbral en el momentum  $p_{f\perp}$  de cada partícula. El límite inferior de integración en las expresiones dadas por las Ecs.(3.17) y

(3.21) se verá aumentado por este umbral, y a partir de este nuevo límite inferior, se integran las expresiones anteriormente mencionadas. Las divergencias son consecuencia de haber considerado el sistema esférico, e introducido el campo magnético, el cual rompe dicha simetría, y hace que las expresiones analizadas presenten divergencias para  $\nu = 0$ , inducidas por  $p_{f\perp} \rightarrow 0$ . Un tratamiento más riguroso, consistiría en deducir los términos superficiales y de curvatura en presencia de campos magnéticos desde primeros principios, es decir, desarrollando el Método de Expansión y Reflexión Múltiple para el caso de un sistema en que se haya roto la simetría espacial y por tanto que no sea esféricamente simétrico.

## Capítulo 4

# Strangelets magnetizados a temperatura finita

En este capítulo, serán planteadas y resueltas numéricamente las ecuaciones que rigen el equilibrio hidrostático de los strangelets formados por la MQE ordinaria y la fase CFL, en ambos casos magnetizadas. Nuestro propósito es estudiar el comportamiento de la energía por barión  $E/A$ , el radio  $R$  y la carga eléctrica  $Z$ , como función del número bariónico  $A$ , fijando en el primer caso el espacio de parámetros  $(B_{\text{bag}}, \mathcal{B}, T)$ , mientras  $(B_{\text{bag}}, \mathcal{B}, T, \Delta)$  para el segundo. En todos los cálculos realizados, se comparará con el caso  $\mathcal{B} = 0$ , para estudiar qué efectos produce el campo magnético, sobre la estabilidad, el radio y la carga eléctrica. Se tendrá además en cuenta la masa de todos los quarks, el apantallamiento de la carga y la interacción coulombiana.

### 4.1. Strangelets de Materia de Quarks Extraña Magnetizada

#### Condición de equilibrio hidrostático

El conocimiento previo del espectro de los quarks, conduce directamente al cálculo de todas las expresiones termodinámicas descritas en los dos capítulos anteriores, en particular, la energía libre. La condición de equilibrio hidrostático para los strangelets, se obtiene al extremar esta energía libre con respecto al volumen, lo cual se representa a través de la Ec.(2.32), y se escribe de la forma

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial V} \right|_{N,T,\mathcal{B}} + \left. \frac{\partial F_{q\bar{q}}}{\partial V} \right|_{N,T,\mathcal{B}} + \left. \frac{\partial E_C}{\partial V} \right|_{N,T,\mathcal{B}} = 0, \quad (4.1)$$

siendo

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial V} \right|_{N,T,\mathcal{B}} = \Omega_{g,v} + \frac{2}{R^2} \Omega_{g,c}, \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{\partial F_{q\bar{q}}}{\partial V} \right|_{N,T,\mathcal{B}} = B_{\text{bag}} + \Omega_V + \frac{2}{R} \Omega_S + \frac{2}{R^2} \Omega_C, \quad (4.3)$$

y

$$\Omega_V = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,v}, \quad \Omega_S = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,s}, \quad \Omega_C = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,c}. \quad (4.4)$$

Dados los valores de la constante  $B_{\text{bag}}$ , la temperatura y el campo magnético, el sistema de ecuaciones planteado arriba junto con la Ec.(2.4), forman un sistema completo para determinar el potencial químico común  $\mu$  y el radio  $R$  de los strangelets; esto permite evaluar las magnitudes termodinámicas derivadas, como la densidad de partículas, la energía total y además la carga eléctrica. Para el cálculo de esta última magnitud, se incluirán los efectos del apantallamiento de Debye sólo en la contribución volmétrica, mientras que en la superficie se tomará la carga libre. La suma de las dos contribuciones, darán como resultado la carga eléctrica total:

$$Z = Z_{\text{apant}} + Z_s. \quad (4.5)$$

Debido a la complejidad analítica de las magnitudes mencionadas, que son introducidas por la temperatura, el potencial químico y el campo magnético, todos los resultados que se derivan a continuación, serán obtenidos por vía numérica.

### Energía por barión

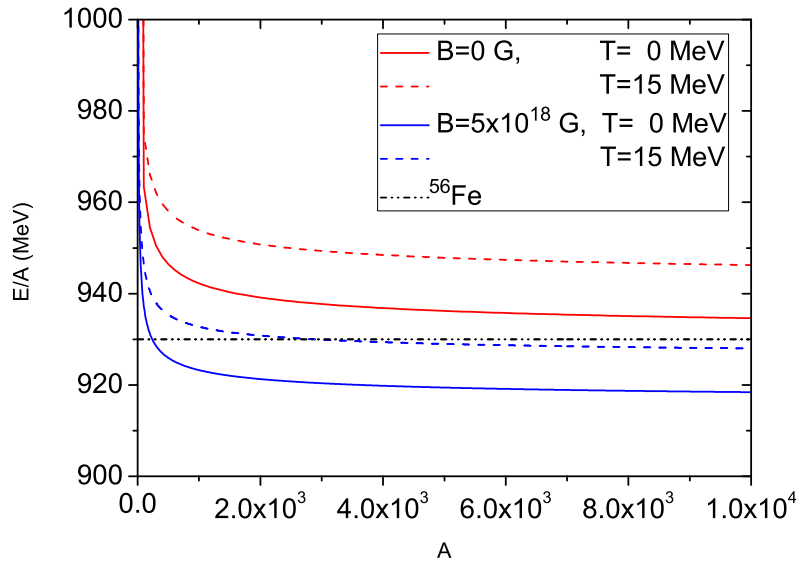


Figura 4.1: Energía por barión para strangelets de MQEM y MQE a  $T = 0, 15$  MeV, considerando  $B = 5 \times 10^{18}$  G y  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$ .

En la Fig.(4.1) se muestran las curvas de la energía por barión para strangelets de MQEM y MQE a cero temperatura y a temperatura finita  $T = 15$  MeV, asumiendo las masas de los

quarks iguales a  $m_u = m_d = 5$  MeV,  $m_s = 150$  MeV, para los valores de  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm<sup>-3</sup> y  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G. Se observa que las curvas correspondientes a la energía por barión de los strangelets de MQEM, se encuentran siempre por debajo a las de MQE, indicando que estos poseen menor energía y por consiguiente, son más estables. La línea horizontal corresponde a la energía por barión del isótopo <sup>56</sup>Fe; para mayor formalidad se debería comparar con la energía de este mismo isótopo, en presencia de un campo magnético externo, pero la diferencia entre ambas energías es irrelevante para el campo empleado [60, 68], es decir, se cumple

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{56\text{Fe}}^{\mathcal{B}=0} \simeq \left. \frac{E}{A} \right|_{56\text{Fe}}^{\mathcal{B}=5 \times 10^{18} \text{ G}} \simeq 930 \text{ MeV},$$

y por tanto, basta comparar con la del <sup>56</sup>Fe a campo nulo.

La presencia del campo magnético reduce la  $E/A$ , incluso a temperatura finita, para la constante de Bag y masa de los quarks consideradas. La causa de esta disminución, radica en el hecho de que a medida que se intensifica el campo magnético, el número máximo de niveles de Landau disminuye contribuyendo menos niveles a los términos volumétricos, cuyos efectos predominan para grandes valores de  $A$ . Strangelets magnetizados con relativamente grandes números bariónicos, podrían ser absolutamente estables incluso hasta  $T = 15$  MeV, lo cual indica una posibilidad de encontrar strangelets en algún medio “caliente”, por ejemplo, en aceleradores de partículas. Por otro lado, los efectos de la temperatura tienden a aumentar los valores de  $E/A$  debido al movimiento térmico de los quarks y gluones como es de esperarse.

Se obtienen en el primer caso, números bariónicos  $A_{\text{crit}}$ , en los cuales  $E/A_{\text{crit}} = 930$  MeV. Strangelets con un número bariónico inferior a este valor crítico, se pueden encontrar en un estado metaestable, mientras que serían absolutamente estables, aquellos strangelets con número bariónico superior a  $A_{\text{crit}}$ . Dichos rangos de metaestabilidad, para strangelets de MQEM son:  $A \leq 241$  ( $N \leq 723$ ) a  $T = 0$ , y  $A \leq 2891$  ( $N \leq 8673$ ) a  $T = 15$  MeV; por encima de estos valores, los strangelets de MQEM son todos estables para el valor de  $B_{\text{bag}}$  utilizado; esto no ocurre para strangelets de MQE, los cuales se encuentran en estados metaestables para el mismo  $B_{\text{bag}}$ .

Cabe mencionar que bajo esta descripción, el strangelet con  $A = 56$  correspondiente al “núcleo de hierro extraño”, en ambos casos:  $\mathcal{B} = 0$  y  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G, cae dentro del rango de metaestabilidad analizado; esto se debe a que el Bag escogido es muy alto en comparación con la energía de cohesión del <sup>56</sup>Fe; por esto, dependiendo de  $B_{\text{bag}}$ , la temperatura, y el campo magnético, se puede calcular un  $A_{\text{crit}}$ , para el cual, la energía por barión de los strangelets se iguala a la del <sup>56</sup>Fe. Esta nueva restricción se añadiría al conjunto de Ecs.(2.4) y (4.1), permitiendo calcular  $B_{\text{bag}}$  como función de  $A_{\text{crit}}$ ; esto se muestra en la Fig.(4.2) y constituye una generalización del cálculo realizado en la Sec.(2.4).

Los puntos sobre las curvas constituyen configuraciones de strangelets de MQEM con número bariónico  $A_{\text{crit}}$ , tal que su  $E/A$  coincide con la del <sup>56</sup>Fe y el valor de  $B_{\text{bag}}$  correspondiente. Para un valor constante de  $B_{\text{bag}}$  queda fijo un único valor de  $A_{\text{crit}}$  en cada caso. Las rectas de  $B_{\text{bag}}$  constante atraviesan dos regiones:  $A < A_{\text{crit}}$ , que corresponde a la región de metaestabilidad;

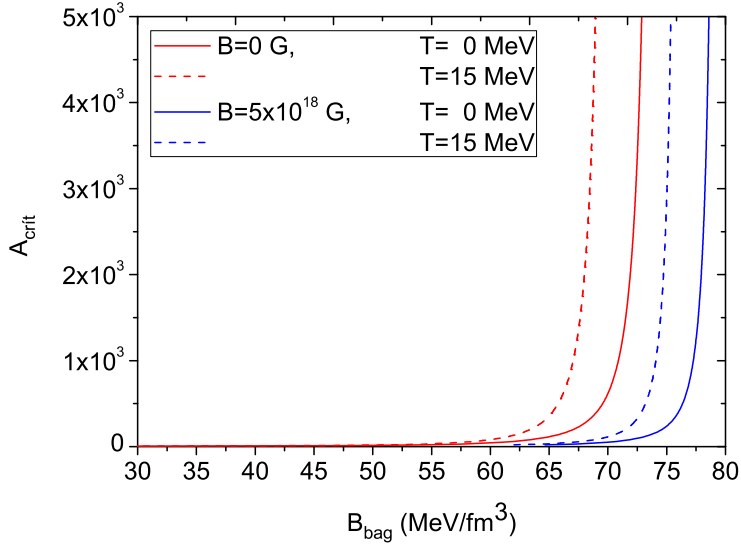


Figura 4.2: Dependencia del número bariónico crítico con  $B_{\text{bag}}$  para strangelets de MQEM (MQE) a  $T = 0, 15$  MeV y  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G.

y  $A \geq A_{\text{crit}}$  la región de estabilidad absoluta relativa al  $^{56}\text{Fe}$ . El rango de estabilidad absoluta permitida por  $B_{\text{bag}}$ , es mayor en presencia del campo magnético, como se observa en la Fig.(4.2).

Puede observarse además en la Fig.(4.2), que para valores muy grandes de  $B_{\text{bag}}$ , se obtiene un crecimiento abrupto de  $A_{\text{crit}}$ , llegándose hasta un valor máximo de  $B_{\text{bag}}$ , por encima del cual, ya no existen soluciones de las ecuaciones. Si  $\mathcal{B} = 0$ , la estabilidad requiere que  $B_{\text{bag}} < 73 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$  y  $B_{\text{bag}} < 70 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15$  MeV; cuando  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{15}$  G, dichos límites de estabilidad corresponden a  $B_{\text{bag}} < 79 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$  y  $B_{\text{bag}} < 76 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15$  MeV.

Por último, para  $A_{\text{crit}} = 56$ , que correspondería al hierro extraño, se obtiene  $B_{\text{bag}} \simeq 61,4 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$  y  $B_{\text{bag}} \simeq 58,1 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15$  MeV; análogamente, cuando  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G, se obtiene  $B_{\text{bag}} \simeq 70,3 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$  y  $B_{\text{bag}} \simeq 67,4 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15$  MeV respectivamente.

### Radio de los strangelets

La dependencia del radio de los strangelets de MQEM y MQE con el número bariónico, se muestra en la Fig.(4.3). Debido al movimiento térmico de los quarks y gluones, el radio aumenta con la temperatura, para un número bariónico fijo. El mismo comportamiento se observa con el campo magnético, lo cual es consecuencia directa de la relajación producida en la superficie. La energía que preserva la estabilidad, es disminuida por los efectos del campo magnético, lo cual tiende a estabilizar a los strangelets, pero también a aumentar su radio.

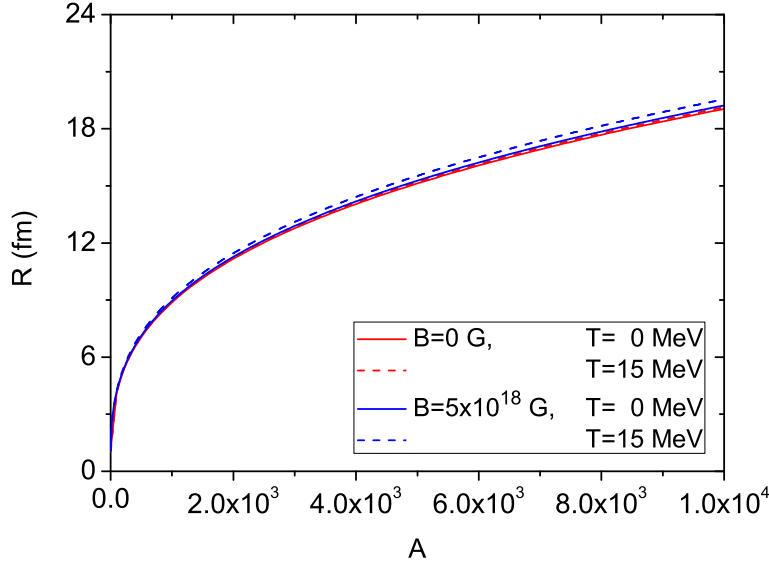


Figura 4.3: Dependencia del radio de los strangelets con el número bariónico para  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$  y  $T = 0, 15 \text{ MeV}$ . Se muestran los radios de strangelets de MQEM ( $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$ ) y de MQE ( $\mathcal{B} = 0$ ) respectivamente.

Análogo a los núcleos atómicos, para el radio  $R$  de los strangelets se encuentra una relación con el número bariónico del tipo  $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ , a grandes valores de  $A$ ; con lo cual, debido a la elección de parámetros, se obtiene:

$$R|_0 = 0,89 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad R|_{15} = 0,91 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad (4.6)$$

que corresponden a strangelets formados por MQEM, mientras que

$$R|_0 = 0,88 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad R|_{15} = 0,89 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad (4.7)$$

a strangelets de MQE. Se puede observar, que tanto la temperatura como el campo magnético, modifican los valores de  $r_0$  alrededor de un 1 %, siendo  $r_0$  más grande en el caso de strangelets de MQEM, pero siempre inferior al radio crítico nuclear 1,12 fm.

En la Fig.(4.3), así como en los coeficientes  $r_0$  de las Ecs.(4.6) y (4.7) respectivamente, se observa poca variación del radio con respecto al campo magnético y la temperatura, para un número bariónico fijo. Esto se debe al quark  $s$  y su elevada masa, comparada con la de los quarks  $u$  y  $d$ .

Para  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18} \text{ G}$  y  $T = 15 \text{ MeV}$ , los efectos del campo y la temperatura son casi irrelevantes para el quark  $s$ , como puede observarse a continuación:

$$M_{0,u}^{\pm} \simeq 11 \text{ MeV} > m_u, \quad M_{0,d}^{\pm} \simeq 20 \text{ MeV} > m_d, \quad M_{0,s}^{\pm} \simeq 150,02 \text{ MeV} \simeq m_s \quad (4.8)$$

$$T = 15 \text{ MeV} > m_u, \quad T = 15 \text{ MeV} > m_d, \quad T = 15 \text{ MeV} < m_s, \quad (4.9)$$

donde  $M_{\nu,f}$  es la masa magnética de cada partícula y  $T$  la energía térmica. En el cálculo del radio  $R$  a través de las Ecs.(4.1) y (4.2), interviene directamente el término superficial  $\Omega_S$ , al cual contribuyen de forma relevante las partículas más masivas (en este caso el quark  $s$ ); clásicamente se tiene el comportamiento  $R \sim 2 \left| \frac{\Omega_S}{\Omega_V} \right|$ ; esto hace que en las curvas de  $R$  se observe poco cambio para el campo magnético y la temperatura empleados. Si aumenta el valor de  $\mathcal{B}$  y/o  $T$  de forma tal que los efectos de estas magnitudes se hagan comparables con la energía en reposo del quark  $s$ , entonces el radio comienza a variar notablemente; esto se puede observar en las Figs.(4.4).

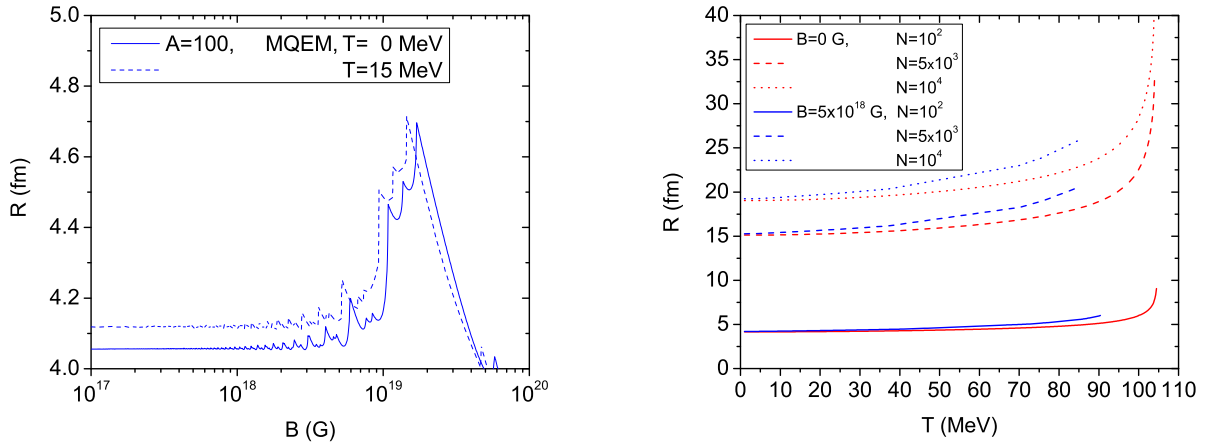


Figura 4.4: Dependencia del radio de los strangelets de MQEM y MQE con el campo magnético y la temperatura para un número bariónico fijo y  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ .

Se muestra en el panel izquierdo de las Figs.(4.4), el comportamiento del radio de los strangelets de MQEM con  $A = 100$  a  $T = 0, 15 \text{ MeV}$  respectivamente, como función del campo magnético. En el panel derecho se muestra el comportamiento del radio con la temperatura, para  $A = 100, 5000$  y  $A = 10000$ , con  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$ , y en ambos casos  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ . Se observa que para campos inferiores a  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18} \text{ G}$  y temperaturas por debajo de los  $40 \text{ MeV}$ , el radio de los strangelets se mantiene casi constante; variaciones más notables se observan para campos y temperaturas superiores a las mencionadas, cuando sus efectos se hacen comparables con la energía en reposo del quark  $s$ .

### Carga eléctrica

Finalmente, la dependencia de la carga eléctrica total, dada por la Ec.(4.5), con respecto al número bariónico se muestra en la Fig.(4.5). La carga eléctrica aumenta con  $A$  como es de esperarse; también aumenta con el campo magnético a número bariónico fijo; sin embargo, al aumentar la temperatura se produce una disminución debido a que las antipartículas comienzan a poblar estados afuera del “mar de Dirac”.

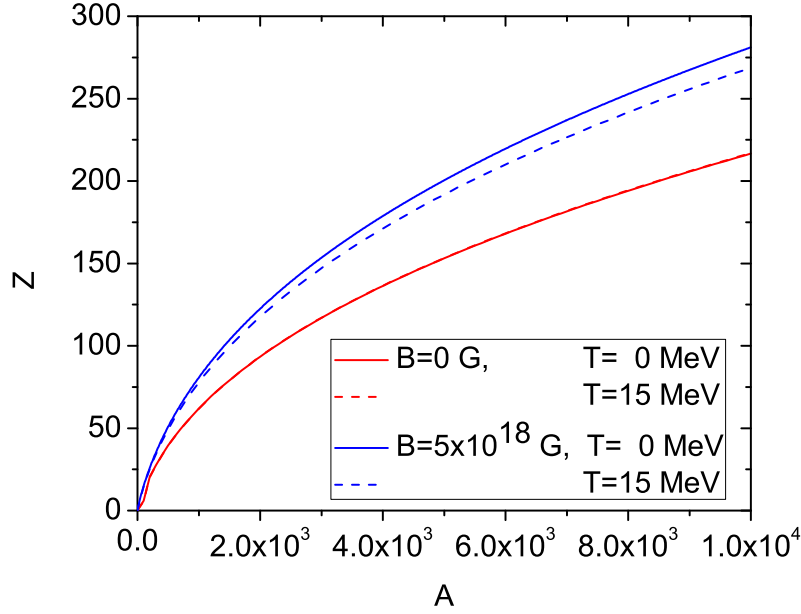


Figura 4.5: Carga eléctrica de los strangelets de MQEM y MQE para  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $T = 0, 15 \text{ MeV}$  y  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$ .

La relación entre la carga eléctrica y el número bariónico, es un tema bien discutido en la literatura científica relacionada con los strangelets. Para radios pequeños, que no sobrepasen la  $\lambda_D$ ; dicha dependencia debe de ser lineal, debido a que los efectos del apantallamiento no juegan ningún papel y los superficiales contribuyen muy poco. A medida que aumenta el radio, y en consecuencia, el número bariónico, los efectos del apantallamiento de la carga eléctrica cobran relevante importancia y por tanto, el comportamiento de dicha carga se desvía del lineal.

En Ref.[45] se obtiene un comportamiento del tipo  $Z \sim A^{\frac{1}{3}}$ ; en este trabajo, además del apantallamiento en la carga, que produciría un comportamiento igual al de Ref.[45], se han incluido los efectos de la carga libre superficial a través de la Ec.(4.5), lo cual introduce un término proporcional a  $A^{\frac{1}{3}}$  debido a la curvatura, y otro de la forma  $A^{\frac{2}{3}}$  debido al área. Obviamente, para valores muy grandes de  $A$ , el comportamiento será del tipo  $Z \sim A^{\frac{2}{3}}$ ; no obstante, en el rango de números bariónicos empleado en este trabajo, se busca mejor una relación del tipo  $Z = Z_0 A^\alpha$ . Se obtienen los siguientes comportamientos:

$$Z|_0 = 2,21 A^{0,53}, \quad Z|_{15} = 2,16 A^{0,53}, \quad (4.10)$$

para strangelets de MQEM, y

$$Z|_0 = 1,62 A^{0,53}, \quad Z|_{15} = 1,61 A^{0,53}, \quad (4.11)$$

para strangelets de MQE.

Las Ecs.(4.10) y (4.11) muestran siempre configuraciones positivas para la carga eléctrica de los strangelets, tanto de MQEM, como de MQE; mientras aumenta la temperatura, los coeficientes  $Z_0$  disminuyen, en ambos casos, a consecuencia de la contribución de las antipartículas. En cuanto al comportamiento de la carga eléctrica con respecto al campo magnético, se produce el efecto contrario, se observa un crecimiento de los coeficientes  $Z_0$ .

A campo cero, las densidades volumétricas de quarks  $u$  y  $d$  coinciden a debido a la igualdad de sus masas en reposo, mientras que la densidad volumétrica de quarks  $s$  es diferente e inferior a las dos anteriores debido a lo masivo que resulta ser este quark en comparación con los dos primeros, y por tener los tres gases iguales energías de Fermi. Los efectos del campo magnético sobre la carga eléctrica de los strangelets, comienzan a hacerse notables cuando las dos densidades de quarks  $u$  y  $d$ , inicialmente iguales, se desdoblan en dos densidades independientes y desiguales debido a la diferencia entre las cargas eléctricas de los mismos; la densidad de quarks  $s$  disminuye poco con el campo en el rango estudiado. Como los efectos del campo magnético afectan más al quark  $d$ , véanse las Ecs.(4.8), la densidad volumétrica de estos disminuye y en consecuencia, también la densidad de cargas negativas.

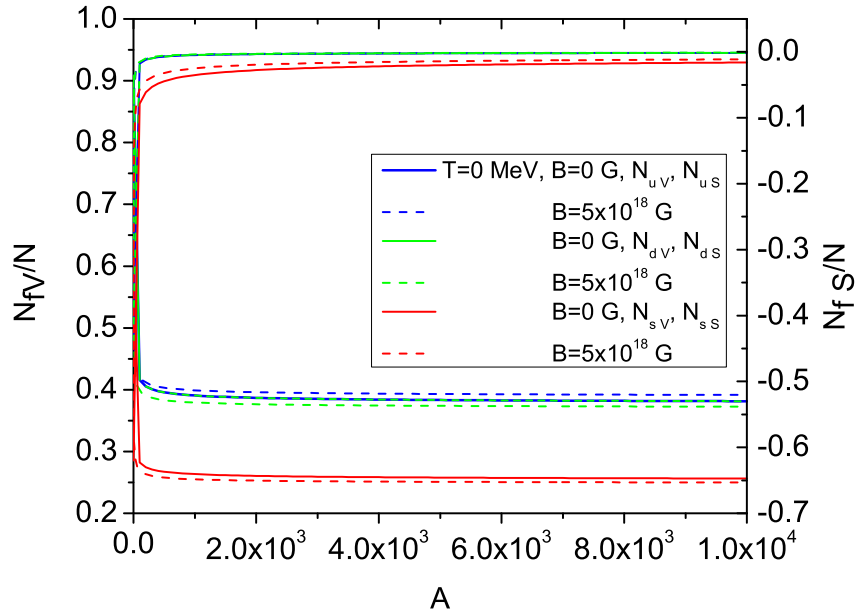


Figura 4.6: Fracción volumétrica y superficial de quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$  para strangelets de MQEM y MQE con  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $T = 0, 15 \text{ MeV}$  y  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$ .

Por otro lado, como el campo afecta poco a los quarks  $s$  y como el número bariónico es una

cantidad fija, la densidad de quarks  $u$  tiene que aumentar, produciéndose por tanto un aumento de la densidad volumétrica de cargas positivas.

## 4.2. Strangelets de Materia de Quarks Extraña Magnetizada en la fase superconductora de color CFL

De forma análoga al caso de los strangelets de MQEM, se estudian en esta sección las propiedades relevantes de strangelets compuestos por la MQE en fase CFL magnetizada (MCFL), a temperatura finita. Se explicará brevemente el modelo usado para el estudio de la MQE en esta fase superconductora de color, que es la más simétrica de todas las posibles. En el límite  $\mathcal{B} = 0$  y  $T = 0$ , los resultados obtenidos en esta sección, concuerdan con los obtenidos en las Refs.[23, 26]. El espacio de parámetros en este caso es  $(B_{\text{bag}}, \mathcal{B}, T, \Delta)$ .

### 4.2.1. Superconductor de color en presencia de campos magnéticos

Para estudiar strangelets en fase MCFL, primeramente realicemos una pequeña discusión sobre las principales características de esta fase de la MQE. La principal diferencia entre esta y la superconductividad ordinaria, es que en la última se rompe la simetría local  $U(1)_\gamma$  con la consecuente adquisición de masa de los fotones; esto conduce al conocido efecto Meissner, el cual consiste en la expulsión de las líneas del campo magnético dentro del superconductor. En el caso de la superconductividad de color, la simetría local que se quiebra es la de  $SU(3)_{\text{color}}$  y por tanto, los ocho gluones adquieren masa.

Los quarks, además de interactuar mediante el intercambio de gluones, también poseen carga eléctrica y en consecuencia, susceptibles también al campo electromagnético; esto conduce a que aparezcan combinaciones lineales no masiva  $\tilde{A}_\mu = A_\mu \cos \theta - G_\mu^a \sin \theta$  y masiva  $\tilde{G}_\mu^a = A_\mu \sin \theta + G_\mu^a \cos \theta$ , entre las componentes del campo electromagnético  $A_\mu$  y de gluones  $G_\mu^a$ . Como consecuencia de este hecho, aparece un campo magnético rotado  $\tilde{B}$  y una carga eléctrica rotada  $\tilde{e} = e \cos \theta$ , tal que el ángulo de mezcla  $\theta$  depende de la estructura del gap y para la fase CFL, está dado por  $\cos \theta = g / \sqrt{e^2/3 + g^2}$  ( $g$  es la constante de acoplamiento de la CDC) [61, 62]. Debido a que el campo rotado del fotón es no masivo, el campo magnético  $\tilde{B}$  dentro del superconductor de color no se apantalla y por tanto, no tiene lugar el efecto Meissner.

En la región de interés para la Astrofísica,  $e \ll g$ , de manera tal que  $\cos \theta \sim 1$ , luego la intensidad del campo magnético dentro y fuera del sistema en la fase CFL será aproximadamente igual, es decir,  $\tilde{e}\tilde{B} \simeq eB$  [63]. Este hecho hace que sea relevante para la Astrofísica el estudio de la superconductividad de color, en particular, la fase CFL en presencia de un campo magnético, ya que traería como resultado que el campo, al penetrar en el superconductor, podría quedar “congelado” e incluso reforzarse en los núcleos de los objetos compactos con campos magnéticos elevados, como son los magnetars [63, 64, 65, 66, 67]. Estudios sobre la rotación de pulsares, aquellos que no disminuyan sus campos magnéticos en el tiempo (escalas de la edad del Universo), podrían confirmar que su interior está formado por la MQE en una fase superconductora de color.

Discutido el efecto del campo sobre la fase CFL de la MQE, el modelo que se empleará para estudiar strangelets en esta fase, tiene en cuenta un único y común valor de  $\Delta$  [64] para el patrón de apareamiento de colores predominante ( $ud, us, ds$ ) [63, 67], y se desprecia cualquier dependencia de esta energía de gap con el campo magnético; en cambio, se tomará dependiente de la temperatura. Un modelo más robusto requeriría la determinación de  $\Delta$  a partir de la ecuación que le corresponde, y donde aparece explícitamente una dependencia con el campo magnético [65, 68]. En ese caso se obtendrían dos energías de gap, una dependiente del campo y otra que no lo es; esto es consecuencia directa de la aparición de las cargas rotadas para la fase MCFL [65, 68].

### Condición de equilibrio hidrostático

La dependencia de  $\Delta$  con la temperatura que se empleará en este trabajo, está en analogía con estudios previos de superconductividad de color de la MQE [23, 41, 69] y tiene la forma siguiente:

$$\Delta = 2^{-1/3} \Delta_0 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.12)$$

donde  $T_c = 2^{1/3} e^\gamma \Delta_0 / \pi \simeq 0,71 \Delta_0$  es la temperatura crítica, por encima de la cual, la fase superconductora desaparece, prohibiéndose la formación de pares. En este trabajo solamente se consideran los efectos de la superconductividad de color en el volumen, por tanto, la contribución de este fenómeno al gran potencial termodinámico volumétrico se expresa a través de la adición de un nuevo término que depende de la energía de gap y se muestra en la siguiente ecuación:

$$\Omega_V = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,v} - \frac{3\Delta^2 \mu_B^2}{\pi^2}, \quad (4.13)$$

donde el segundo término del miembro derecho, tiene en cuenta la variación que sufre la energía libre, proporcional al cuadrado del potencial químico bariónico  $\mu_B = (\mu_u + \mu_d + \mu_s)/3$ , y que es compensada por la formación de pares de quarks [64].

El estado superconductor de color también está caracterizado por la igualdad de las densidades volumétricas de quarks, lo cual minimiza la energía libre, forzando al sistema a ser eléctricamente neutro [9, 40, 41, 70, 71]. Este último requerimiento, conduce a la siguiente cadena de igualdades

$$N_{u,v} + \frac{2\Delta^2 \mu_B}{\pi^2} = N_{d,v} + \frac{2\Delta^2 \mu_B}{\pi^2} = N_{s,v} + \frac{2\Delta^2 \mu_B}{\pi^2}. \quad (4.14)$$

De las Ecs.(4.14) queda claro que:

- los potenciales químicos de cada gas de quarks son distintos, es decir,  $\mu_u \neq \mu_d \neq \mu_s$ ,
- la contribución volumétrica a la carga eléctrica de los strangelets en fase MCFL es cero, al igual que la contribución coulombiana a la energía total, y por tanto, toda la carga de los strangelets proviene de la superficie.

- El apantallamiento de la carga eléctrica en este caso es despreciable, resultado contrastante con strangelets formados por MQEM.

Las ecuaciones correspondientes a la condición de equilibrio hidrostático para strangelets en la fase MCFL se escriben ahora como:

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial V} \right|_{N,T,B}^{MCFL} + \left. \frac{\partial F_{q\bar{q}}}{\partial V} \right|_{N,T,B}^{MCFL} = 0, \quad (4.15)$$

donde

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial V} \right|_{N,T,B}^{MCFL} = \Omega_{g,v} + \frac{2}{R^2} \Omega_{g,c}, \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{\partial F_{q\bar{q}}}{\partial V} \right|_{N,T,B}^{MCFL} = B_{\text{bag}} + \Omega_V + \frac{2}{R} \Omega_S + \frac{2}{R^2} \Omega_C, \quad (4.17)$$

y

$$\Omega_V = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,v} - \frac{3\Delta^2 \mu_B^2}{\pi^2}, \quad \Omega_S = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,s}, \quad \Omega_C = \sum_{f=u,d,s} \Omega_{f,c}. \quad (4.18)$$

Del mismo modo que para strangelets de MQEM, dados los valores de la constante  $B_{\text{bag}}$ , el campo magnético, la temperatura y la energía de gap  $\Delta$ , se obtiene un sistema de ecuaciones formado por la Ec.(2.4) y las Ecs.(4.14), que permite determinar los tres potenciales químicos  $\mu_u, \mu_d, \mu_s$  y el radio  $R$  de los strangelets, y luego evaluar las demás magnitudes termodinámicas y la carga eléctrica.

### Energía por barión

En la Fig.(4.7) se muestra el gráfico de la energía por barión para strangelets de MCFL y CFL, en función del número bariónico. En este caso, el espacio de parámetros es igual al de la sección anterior, pero con la adición de la energía de gap  $\Delta = 100$  MeV. Primeramente puede notarse que para el valor de  $\Delta$  empleado, la  $E/A$  en este caso es menor que en MQEM, incluso a campo magnético cero. La formación de pares de quarks hace disminuir los valores de la energía; resultado parecido se obtiene en los núcleos atómicos, donde la igualdad entre el número de protones y neutrones produce isótopos más estables. De igual forma a lo que ocurre para strangelets de MQEM (epígrafe anterior), los términos superficiales y de curvatura, juegan un papel esencial en la estabilidad a pequeños números bariónicos.

Para valores fijos de la constante de Bag, la temperatura y el campo magnético, siempre se puede encontrar un  $A_{\text{crit}}$  tal que  $E/A_{\text{crit}} = 930$  MeV. Este  $A_{\text{crit}}$  también depende fuertemente de la energía de gap  $\Delta$ . Para  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm<sup>-3</sup>, los strangelets de MCFL con  $\Delta = 100$  MeV son metaestables para  $A \leq 3,6$  a  $T = 0$ , y para  $A \leq 11,6$  a  $T = 15$  MeV, que corresponde con

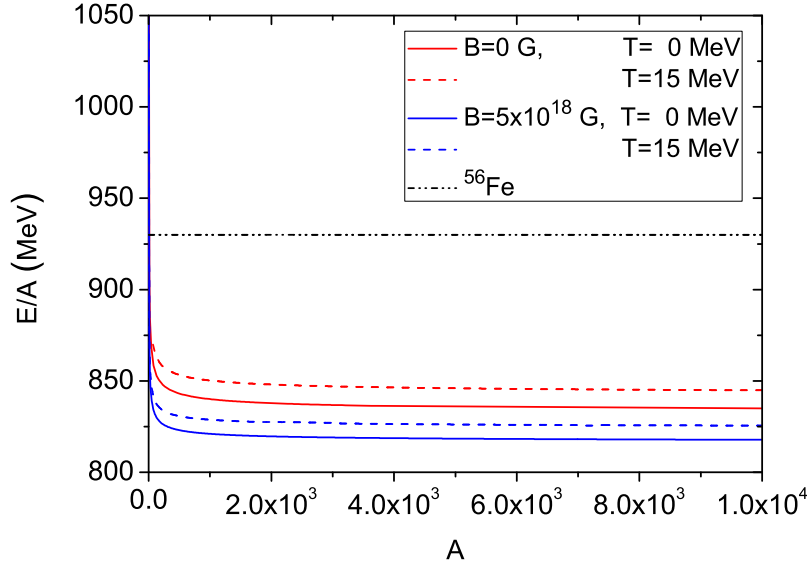


Figura 4.7: Energía por barión para strangelets de MCFL y CFL, a  $T = 0, 15$  MeV,  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ , energía de gap  $\Delta = 100 \text{ MeV}$  y  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18} \text{ G}$  y  $\mathcal{B} = 0$ .

$N \leq 11$  y  $N \leq 12$  partículas respectivamente; en tanto, para strangelets de CFL, corresponden:  $A \leq 7,9$  a  $T = 0$  y  $A \leq 9,2$  a  $T = 15 \text{ MeV}$ , cuyas cantidades de partículas son  $N \leq 24$  y  $N \leq 28$ . Estos cálculos apoyan la idea de que la fase superconductora de color CFL, puede constituir el estado de la materia más estable que existe en la Naturaleza, por tener una energía inferior a la MQE.

En la Fig(4.8) se muestra la dependencia del número bariónico crítico con  $B_{\text{bag}}$ . Los puntos sobre las curvas constituyen configuraciones de strangelets de MCFL con número bariónico  $A_{\text{crít}}$ , tal que su  $E/A$  coincide con la del  $^{56}\text{Fe}$  y el valor de  $B_{\text{bag}}$  correspondiente. Para un valor constante de  $B_{\text{bag}}$  queda fijo un único valor de  $A_{\text{crít}}$  en cada caso. Las rectas de  $B_{\text{bag}}$  constante atraviesan dos regiones:  $A < A_{\text{crít}}$ , que corresponde a la región de metaestabilidad; y  $A \geq A_{\text{crít}}$  la región de estabilidad absoluta relativa al  $^{56}\text{Fe}$ . El rango de estabilidad absoluta permitida por  $B_{\text{bag}}$ , es mayor en presencia del campo magnético, como se observa en la Fig.(4.8). Nuevamente, para valores de  $B_{\text{bag}}$  superiores a  $115 \text{ MeV fm}^{-3}$ , no existen soluciones reales de las ecuaciones que rigen el estado de equilibrio de los strangelets y por tanto no queda garantizada la estabilidad. Para  $\mathcal{B} = 0$ , esta condición requiere que  $B_{\text{bag}} \leq 110 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$  y  $B_{\text{bag}} \leq 106 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15 \text{ MeV}$ . Por otro lado, cuando  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18} \text{ G}$ , estos valores corresponden a  $B_{\text{bag}} \leq 115 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 0$ , y  $B_{\text{bag}} \leq 112 \text{ MeV fm}^{-3}$  a  $T = 15 \text{ MeV}$  respectivamente. Por tanto, la presencia del campo magnético y los efectos de la superconductividad de color, permiten un rango de estabilidad mayor para los strangelets.

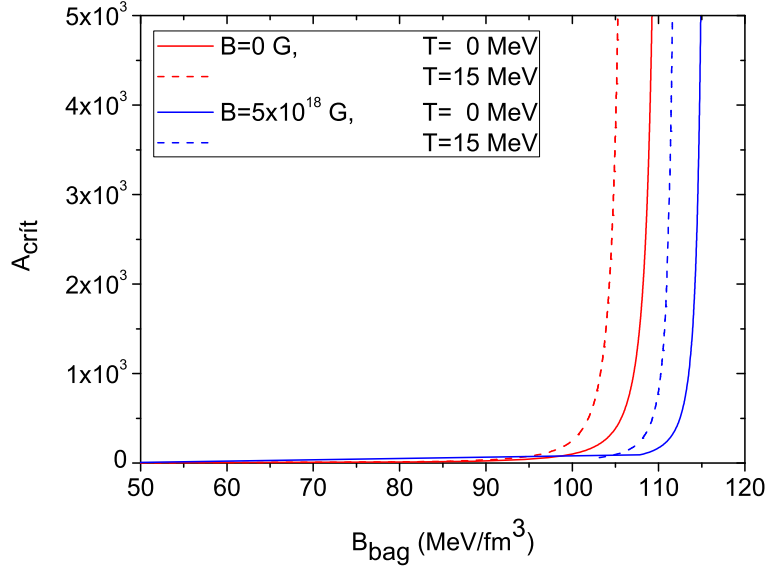


Figura 4.8: Dependencia del número bariónico crítico  $A_{\text{crit}}$  con respecto a  $B_{\text{bag}}$  para strangelets de MCFL y CFL. Se han fijado  $\mathcal{B} = 5 \times 10^{18}$  G y  $\mathcal{B} = 0$ ,  $T = 0$  y 15 MeV, y además  $\Delta = 100$  MeV.

### Radio de los strangelets

El radio de los strangelets de MCFL y CFL a  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$ ,  $\Delta = 100 \text{ MeV}$ ,  $T = 0, 15 \text{ MeV}$  y  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$  y  $\mathcal{B} = 0$ , se muestra en la Fig.(4.9) como función del número bariónico. En este caso, se observa el mismo comportamiento del radio con  $A$ , igual a los strangelets de MQEM y MQE.

Como es de esperarse, el radio de los strangelets aumenta con la temperatura; también lo hace con el campo magnético y la energía de gap (similar a los objetos compactos [64]). De la misma forma, se busca ajustar la dependencia de los valores de  $R$  con  $A$  según  $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ ; donde se obtiene:

$$R|_0 = 0,93 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad R|_{15} = 0,94 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad (4.19)$$

para strangelets de MCFL, y

$$R|_0 = 0,91 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad R|_{15} = 0,92 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}, \quad (4.20)$$

para strangelets de CFL. Se observa un aumento en un 2% del valor del radio crítico con el campo magnético, un aumento de un 1% con la temperatura y alrededor de un 3% con la energía de gap, manteniendo fijos el campo y la temperatura.

De forma análoga a los strangelets de MQEM, la poca variación que sufre el radio de los strangelets de MCFL, con respecto al campo magnético y la temperatura, para un número

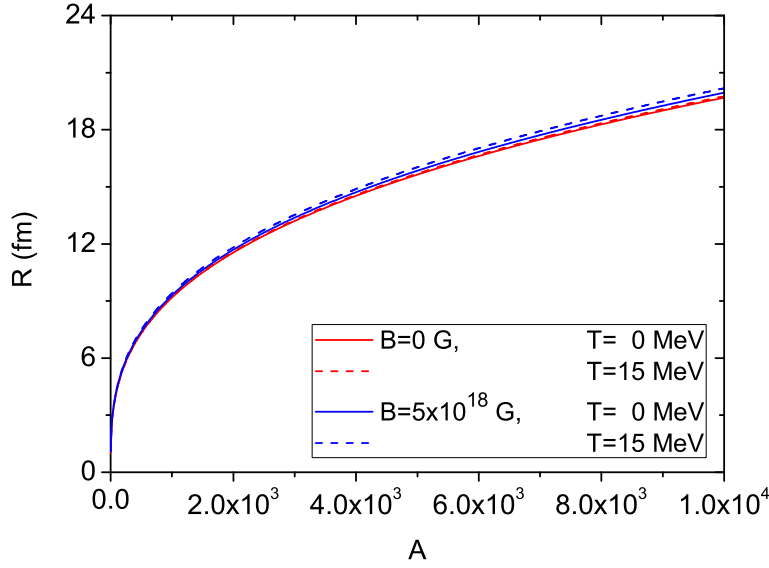


Figura 4.9: Dependencia del radio de strangelets de MCFL y CFL con el número bariónico  $A$ , para  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18}$  G y  $\mathcal{B} = 0$ ,  $T = 0, 15$  MeV,  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$  y  $\Delta = 100$  MeV.

bariónico fijo, se debe a la masa quark  $s$ . Esto se puede observar en las Figs.(4.10), donde se muestra primeramente en el panel izquierdo, el comportamiento del radio de los strangelets de MCFL con  $A = 100$  a  $T = 0, 15$  MeV respectivamente, como función del campo magnético. En el panel derecho se muestra el comportamiento del radio con la temperatura, para  $A = 100, 5000$  y  $A = 10000$ , con  $\mathcal{B} = 5,0 \times 10^{18}$  G, y en ambos casos  $B_{\text{bag}} = 75$  MeV fm $^{-3}$  y  $\Delta = 100$  MeV.

### Carga eléctrica

Por último, en la Fig.(4.11) queda mostrado el comportamiento de la carga eléctrica libre en la superficie con el número bariónico, para strangelets formados por la MQE en la fase MCFL (CFL). Como ya se discutió en el epígrafe anterior, los efectos de la temperatura tienden a disminuir los valores de la carga eléctrica; la contribución volumétrica a la misma, queda anulada por las condiciones dadas en la Ec.(4.14); a la carga total, la cual se ve disminuida por los efectos del campo magnético, sólo contribuyen los quarks de la superficie. En la Fig.(4.11), en realidad se ha graficado la relación  $Z/A^{2/3}$  para observar mejor el comportamiento constante de esta última magnitud.

Los correspondientes ajustes, para grandes números bariónicos, muestran lo siguiente:

$$Z|_0 = 0,21 A^{2/3}, \quad Z|_{15} = 0,20 A^{2/3}, \quad (4.21)$$

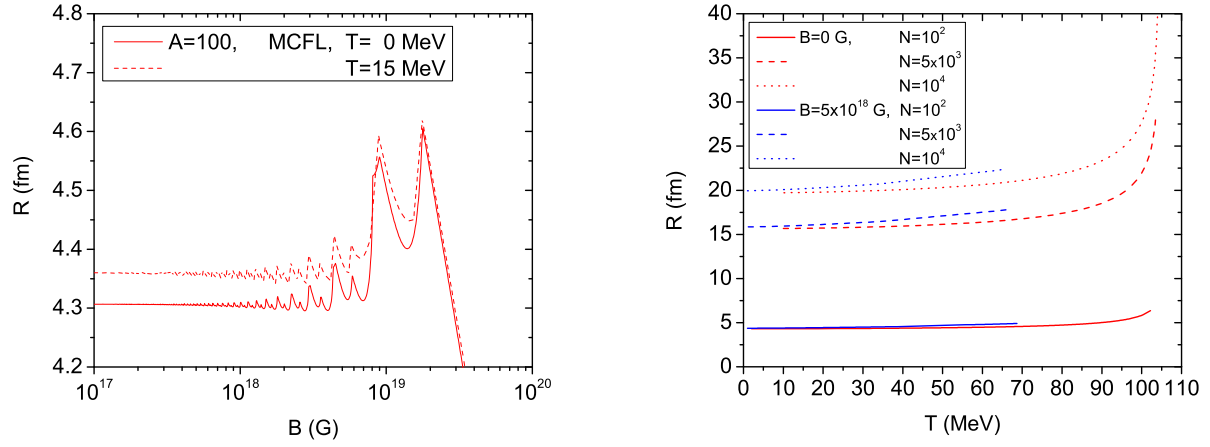


Figura 4.10: Dependencia del radio de los strangelets de MCFL con el campo magnético y la temperatura para un número bariónico fijo,  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$  y  $\Delta = 100 \text{ MeV}$ .

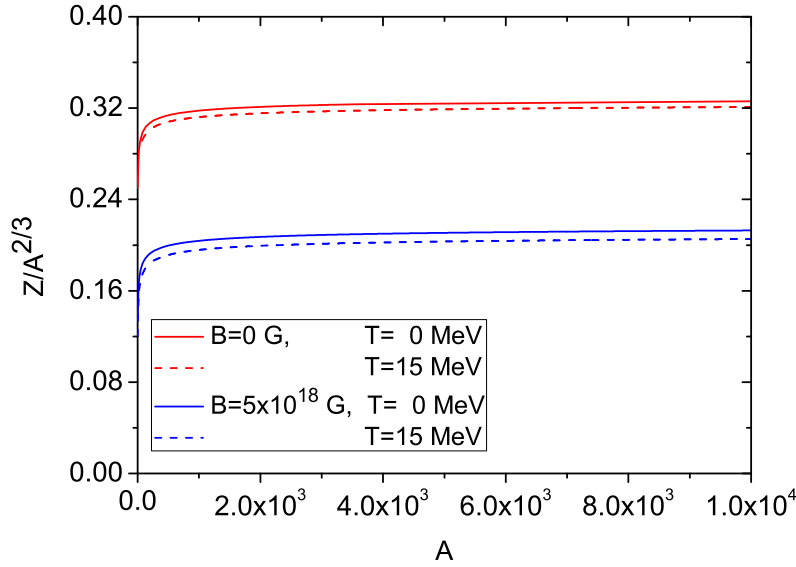


Figura 4.11: Carga eléctrica de los strangelets de MCFL y CFL como función del número bariónico a  $B = 5,0 \times 10^{18} \text{ G}$ ,  $T = 0, 15 \text{ MeV}$ ,  $B_{\text{bag}} = 75 \text{ MeV fm}^{-3}$  y  $\Delta = 100 \text{ MeV}$ .

para strangelets de MCFL strangelets, mientras que

$$Z|_0 = 0,32 A^{\frac{2}{3}}, \quad Z|_{15} = 0,31 A^{\frac{2}{3}}, \quad (4.22)$$

para strangelets de CFL. Como puede observarse de las Ecs.(4.21) y (4.22), el campo magnético

reduce la carga eléctrica superficial al igual que la temperatura. Para valores grandes de  $A$ , el comportamiento de la carga eléctrica es de la forma  $Z \simeq 0,2A^{\frac{2}{3}}$  para strangelets de MCFL, mientras que de la forma  $Z \simeq 0,3A^{\frac{2}{3}}$  para strangelets de CFL.

# Conclusiones y recomendaciones

## Conclusiones

En la presente tesis se han estudiado estados acotados de un gas de quarks y gluones: los strangelets. Empleando el formalismo de Gota Líquida del Modelo de Bag del MIT, fue comprobado que la estabilidad de dichos estados depende fuertemente de las propiedades superficiales, así como de otros parámetros termodinámicos característicos del sistema, a decir: el campo magnético, la temperatura y la constante  $B_{\text{bag}}$ . Dos casos diferentes de strangelets magnetizados fueron considerados: aquellos formados por quarks en la fase MQEM y en la fase MCFL. Se realizó también una comparación con los resultados obtenidos por otros investigadores del tema a campo magnético nulo en ambas fases. Examinamos cómo la estabilidad, tamaño y carga eléctrica de los strangelets son modificados por la presencia de campos magnéticos intensos y la temperatura.

Los principales resultados del trabajo fueron:

1. La presencia de un campo magnético intenso, provoca una disminución en la  $E/A$ , contribuyendo a una mayor estabilidad para los strangelets en ambas fases. La temperatura, como es de esperarse, incrementa la  $E/A$  pudiendo alcanzarse rangos de números bariónicos, donde no habría estabilidad comparada con la  $E/A$  del isótopo  $^{56}\text{Fe}$ . A  $T = 0$ , los strangelets alcanzan el nivel mínimo de energía permitido por el espacio de parámetros considerado.
2. Dependiendo del espacio de parámetros elegido, encontramos rangos de números bariónicos donde se cumple  $E/A \leq 930 \text{ MeV}$ . Queda además probado, que este rango es más grande cuando se consideran los efectos del campo magnético, así como de la superconductividad de color; llegándose al caso de la estabilidad absoluta para  $\Delta = 100 \text{ MeV}$ . Estos resultados no constituyen una prueba conclusiva debido a que el modelo de Bag del MIT, constituye una aproximación de la CDC.
3. El radio de los strangelets se ve aumentado tanto por los efectos de la temperatura, como por parte del propio campo magnético. La primera provoca un crecimiento en la energía térmica de los quarks y gluones, mientras que por parte del campo magnético, la energía de confinamiento, realizada por parte de la superficie, se ve disminuida por los efectos

de este. Análogo a los estudios teóricos sobre las relaciones Masa-Radio de estrellas de quarks magnetizadas con efectos de la super-conductividad de color, la energía del gap también provoca un aumento en el radio de los strangelets.

4. La carga eléctrica libre de los strangelets en ambas fases estudiadas decrece con la temperatura debido al aumento del número de antipartículas. El campo magnético contribuye al aumento de la carga apantallada, mientras que disminuye la superficial a consecuencia de las condiciones de frontera del modelo de la gota líquida. Se comprueba que la carga apantallada predomina en la fase MQEM, mientras que sólo contribuye la superficial en MCFL. Esto último constituye una propiedad importante para la detección de strangelets mediante experimentos en aceleradores de partículas o proveniente de fuentes astrofísicas.
5. La relación  $Z/A$  representa otra característica importante, que nos permitiría distinguir la fase de la materia extraña de quarks presente en los strangelets. Para grandes valores de  $A$ , strangelets en la fase MQEM exhibirían una razón constante de  $Z/A^{0.53} \rightarrow Z/A^{2/3}$ , mientras que para pequeños números bariónicos sería constante la relación  $Z/A$ . En el caso de strangelets en la fase MCFL, la situación es similar: para números bariónicos grandes, constante sería la relación  $Z/A^{2/3}$ , mientras que a pequeños valores de  $A$ , constante sería  $Z/A^{1/3}$ .
6. Finalmente, en ambos casos estudiados, las soluciones obtenidas siempre conducen a configuraciones de strangelets positivamente cargados.

### Direcciones de trabajo futuro

A partir de los resultados obtenidos, muchas son las líneas que podemos abordar en el futuro y que se derivan de los resultados de esta tesis. Podrían abordarse los siguientes temas:

- Realizar este mismo estudio sobre strangelets en presencia de campos magnéticos intensos, empleando el formalismo de capas.
- Extender el Método de Expansión y Reflexión Múltiple a aquellos casos donde aparecen campos magnéticos intensos, para luego deducir los términos  $\Omega_{f,s}$ ,  $\Omega_{f,c}$  en presencia de dichos campos.
- Incluir los efectos del campo en el gap superconductor.

# Bibliografía

- [1] F. J. Ynduráin, The theory of quark and gluon interactions (Springer-Verlag, Heilderberg, 1999).
- [2] D. J. Gross, F. Wilczec, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).
- [3] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).
- [4] S. Bethke, Prog. Part. Nucl. Phys. **58**, 351-386, (2007).
- [5] I. V. Selyuzhenkov [STAR Collaboration], Rom. Rep. Phys. **58**, 049 (2006); D. E. Kharzeev, Phys. Lett. **B633**, 260 (2006); D. E. Kharzeev, L. D. MacLerran and H. J. Warriga, arXiv:0711.0950 [hep-ph].
- [6] G. Baym, AIP Conf. Proc. **892**, 8 (2007)
- [7] A. R. Bodmer, Phys. Rev. D **4**, 1601 (1971).
- [8] D. Bailin and A. Love, Phys. Rept. **107**, 325 (1984).
- [9] M. G. Alford, K. Rajagopal, S. Reddy and F. Wilczek, Phys. Rev. D **64**, 074017 (2001).
- [10] E. Farhi and R. L. Jaffe, Phys. Rev. D **30**, 2379 (1984).
- [11] M. Gyulassy, L. McLerran, Nucl. Phys. A **750**, 30 (2005);
- [12] R. Klingenberg, J. Phys. G **27**, 475 (2001).
- [13] E. Finch, J. Phys. G **32**, S251 (2006).
- [14] R. G. Felipe, A. P. Martínez, H. P. Rojas and M. G. Orsaria, Phys. Rev. C **77**, 015807 (2008).
- [15] R. G. Felipe and A. P. Martínez, J. Phys. G **36**, 075202 (2009).
- [16] A. P. Martínez, R. G. Felipe, D. M. Paret, Int. J. Mod. Phys. D **19**, 1511 (2010).
- [17] E. J. Ferrer, V. de la Incera, J. P. Keith *et al.*, Phys. Rev. C **82**, 065802 (2010).
- [18] S. Chakrabarty, Phys. Rev. D **54**, 1306 (1996).

- [19] R. C. Duncan, C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
- [20] C. Kouveliotou, S. Dieters, T. Strohmayer *et al.*, *Nature* **393**, 235 (1998).
- [21] J. Madsen, *Lect. Notes Phys.* **516**, 162 (1999).
- [22] W. Q. Chao, C. S. Gao, Y. B. He *et al.*, *Phys. Rev. C* **53**, 1903 (1996).
- [23] L. Paulucci and J. E. Horvath, *Phys. Rev. C* **78**, 064907 (2008).
- [24] X. J. Wen, X. H. Zhong, G. X. Peng *et al.*, *Phys. Rev. C* **72**, 015204 (2005).
- [25] E. P. Gilson, R. L. Jaffe, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 332 (1993).
- [26] J. Madsen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 172003 (2001).
- [27] M. Buballa, *Phys. Rept.* **407**, 205-376 (2005).
- [28] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev. D* **9**, 3471 (1974).
- [29] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson and C. B. Thorn, *Phys. Rev. D* **10**, 2599 (1974).
- [30] G. Peter Lepage, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 022001 (2004).
- [31] U. M. Heller *Eur. Phys. Journal A* **31**, (4) (2007).
- [32] C. Ratti, S. Roessner, M. A. Thaler, W. Weise *Eur. Phys. J.* **C49**, 213-217 (2007).
- [33] T. A. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson and J. E. Kiskis, *Phys. Rev. D* **12**, 2060 (1975).
- [34] E. Witten, *Phys. Rev. D* **30**, 272 (1984).
- [35] H. Terazawa, *INS-Report 336*, Univ. of Tokyo (1979).
- [36] N. Itoh, *Prog. Theor. Phys.* **44**, 291 (1970).
- [37] A. Pérez Martínez, M. Orsaria, R. González Felipe, E. López Fune. *Materia extraña en el universo. Rev. Mex. Fís. E* **54** (2008)175.
- [38] F. Weber, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54**, 193 (2005).
- [39] S. Bernhard Rüster, *arXiv:nucl-th/0612090v1* (2006).
- [40] K. Rajagopal and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3492 (2001).
- [41] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal and T. Schafer, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1455 (2008).
- [42] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze, *Lett. Nuovo Cim.* **II S1**, 13-16 (1969).

- [43] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze, *Astrophysics* **1**, 251 (1965) [*Astrofiz.* **1**, 479 (1965)]; D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze, *Lett. Nuovo Cim.* **2**, 13 (1969).
- [44] R. Balian, C. Bloch, *Annals Phys.* **60**, 401 (1970).
- [45] H. Heiselberg, *Phys. Rev. D* **48**, 1418 (1993).
- [46] T. Endo, T. Maruyama, S. Chiba and T. Tatsumi, *Prog. Theor. Phys.* **115**, 337 (2006).
- [47] M. G. Alford, K. Rajagopal, S. Reddy and A. W. Steiner, *Phys. Rev. D* **73**, 114016 (2006).
- [48] Carlos Rodríguez Castellanos, María Teresa Pérez Maldonado, **Introducción a la Física Estadística**, ed Félix Varela, La Habana (2002).
- [49] M. Kasuya, et al, *Phys. Rev. D.* **47**, 2153 (1993).
- [50] M. Ichimura, et al, *Il Nuovo Cim. A.* **106**, 843 (1993).
- [51] T. Saito, *Proc. 24 ICRC. Rome.* **1**, 898 (1995).
- [52] J. N. Capdeville, *Il Nuovo Cim. C.* **19**, 623 (1996).
- [53] S. Banerjee, S. K. Ghosh, S. Raha, D. Syam, arXiv:hep-ph 0006286v1
- [54] C. Lourenco, *Nucl. Phys. A* **698**, 13c (2002).
- [55] M. Wiener, *Int. J. Mod. Phys. E* **15**, 37 (2006).
- [56] A.L.S. Angelis, et al., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **97**, 227 (2001).
- [57] T.A. Armstrong, et al., *Phys. Rev. Lett.* **79** 3612 (1997), *Nucl. Phys. A* **625** 494 (1997), *Phys. Rev. C* **63** 054903(2001) .
- [58] R. Klingenberg et al., *Nucl. Phys. A* **610**, 306 (1996).
- [59] M. Boligán Expósito, *Estrellas de Quarks Magnetizadas*, Tesis de Maestría 2008.
- [60] A. P. Martínez, H. P. Rojas and H. J. Mosquera Cuesta, *Eur. Phys. J. C* **29**, 111 (2003).
- [61] M. G. Alford, J. Berges and K. Rajagopal, *Nucl. Phys. B* **571**, 269 (2000).
- [62] E. V. Gorbar, *Phys. Rev. D* **62**, 014007 (2000).
- [63] K. Fukushima and H. J. Warringa, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 032007 (2008).
- [64] R. González Felipe, D. Manreza Paret, A. Pérez Martínez, *Eur. Phys. J. A* **47**, 1 (2011).
- [65] E. J. Ferrer, V. de la Incera and C. Manuel, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 152002 (2005); E. J. Ferrer, V. de la Incera and C. Manuel, *Nucl. Phys. B* **747**, 88 (2006); E. J. Ferrer and V. de la Incera, *Phys. Rev. D* **76**, 045011 (2007).

- [66] C. Manuel, Nuc. Phys. A **785**, (2007).
- [67] J. L. Noronha and I. A. Shovkovy, Phys. Rev. D **76**, 105030 (2007).
- [68] L. Paulucci, E. J. Ferrer, V. de la Incera and J. E. Horvath, Phys. Rev. D **83** (2011) 043009.
- [69] A. Schmitt, Q. Wang, D. H. Rischke, Phys. Rev. D **66**, 114010 (2002).
- [70] M. Alford and K. Rajagopal, JHEP **06**, 031 (2002).
- [71] M. Alford, M. Braby, M. W. Paris and S. Reddy, Astrophys. J. **629**, 969 (2005).